



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO NORTE DO TOCANTINS  
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE ARAGUAÍNA  
MESTRADO NACIONAL PROFISSIONAL EM ENSINO DE FÍSICA**

**MAURÍCIO RIBEIRO GONÇALVES**

**PHYSICAL MODELER E O ARCO DE MAGUERZ: UMA PROPOSTA PARA A  
APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA CRÍTICA POR MEIO DA MODELAGEM**

Araguaína - TO  
2024



MAURÍCIO RIBEIRO GONÇALVES

**PHYSICAL MODELER E O ARCO DE MAGUERZ: UMA PROPOSTA PARA A  
APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA CRÍTICA POR MEIO DA MODELAGEM**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, no Curso de Mestrado Profissional de Ensino de Física (MNPEF), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientador(a): Dra. Regina Lélis de Sousa  
Coorientador: Dr. Matheus Pereira Lobo

Araguaína - TO  
2024

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**  
**Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Tocantins**

---

- R484p Ribeiro Gonçalves, Maurício.  
Physical Modeler e o Arco de Magueréz: Uma proposta para a aprendizagem significativa crítica por meio da modelagem. / Maurício Ribeiro Gonçalves. – Araguaína, TO, 2024.  
164 f.
- Dissertação (Mestrado Profissional) - Universidade Federal do Tocantins – Câmpus Universitário de Araguaína - Curso de Pós-Graduação (Mestrado) Profissional Nacional em Ensino de Física, 2024.  
Orientadora : Regina Lélis de Sousa  
Coorientador: Matheus Pereira Lobo
1. Aprendizagem significativa crítica. 2. Aprendizagem por meio da modelagem utilizando o aplicativo Physical Modeler. 3. A metodologia do Arco de Magueréz como meio para gerar aprendizagem significativa. 4. Utilizando o Arco de Magueréz e o app Physical Modeler como metodologia ativa no Novo Ensino Médio. I. Título

CDD 530

---

TODOS OS DIREITOS RESERVADOS – A reprodução total ou parcial, de qualquer forma ou por qualquer meio deste documento é autorizado desde que citada a fonte. A violação dos direitos do autor (Lei nº 9.610/98) é crime estabelecido pelo artigo 184 do Código Penal.

**Elaborado pelo sistema de geração automática de ficha catalográfica da UFT com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).**

## MAURÍCIO RIBEIRO GONÇALVES

### PHYSICAL MODELER E O ARCO DE MAGUERZ: UMA PROPOSTA PARA A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA CRÍTICA POR MEIO DA MODELAGEM

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, no Curso de Mestrado Profissional de Ensino de Física (MNPEF), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientador(a): Dra. Regina Lélis de Sousa

Coorientador: Dr. Matheus Pereira Lobo

Data de aprovação: 14/03/2024

#### BANCA EXAMINADORA

Documento assinado digitalmente  
 REGINA LELIS DE SOUSA  
Data: 21/03/2024 17:29:22-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Prof.(a) Dra. Regina Lélis de Sousa  
(UFNT/MNPEF)

Documento assinado digitalmente  
 RAFAEL DE SOUSA DUTRA  
Data: 15/03/2024 16:26:19-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Prof. Dr. Dr. Rafael de Sousa Dutra  
Membro Externo (IFRJ-MNPEF)

Documento assinado digitalmente  
 ERICA CUPERTINO GOMES  
Data: 21/03/2024 13:02:38-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Dra. Érica Cupertino Gomes  
Membro Interno (UFNT-MNPEF)

Dedico este trabalho à minha esposa Kaline dos Santos Silva, cujo apoio e encorajamento foram fundamentais para que eu embarcasse nesta jornada de mestrado. O seu apoio incondicional e o seu constante incentivo foram pilares essenciais ao longo dos meus estudos, tornando possível alcançar este importante marco em minha vida acadêmica. Obrigado por estar sempre ao meu lado, compartilhando as alegrias e desafios deste percurso.

## AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, gostaria de expressar minha gratidão a Deus, pois sem Sua inspiração nada seria possível.

Agradeço imensamente à minha esposa, Kaline dos Santos Silva, por me incentivar a realizar a prova seletiva do mestrado e por me auxiliar inúmeras vezes em meus projetos.

À minha irmã, Edilana Ribeiro Gonçalves, que colaborou comigo no desenvolvimento gráfico do aplicativo, design do produto educacional, logotipo e mascote do mesmo.

À minha família, que desde o início me apoiou integralmente e esteve presente em diversos momentos importantes.

Expresso minha gratidão à Professora Doutora Regina Lélis de Sousa por aceitar me orientar, por contribuir com sua sabedoria neste projeto, por me incentivar no desenvolvimento do produto e por ser uma amiga nos momentos de necessidade.

Agradeço ao Professor Doutor Matheus Pereira Lobo por aceitar meu convite para a coorientação e por contribuir com seus conhecimentos no projeto.

Aos membros do corpo docente do Programa de Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física do polo 61 Araguaína TO, agradeço pela valiosa contribuição para minha formação acadêmica.

Agradeço ao Professor Jean Carlos Andrade Arruda, gestor da Escola no qual foi aplicado o produto educacional, por atender ao meu pedido e ajustar os horários de aulas para que eu pudesse realizar este estudo.

Expresso minha gratidão a todos meus colegas de trabalho do referido centro de ensino, por terem dado apoio durante o curso de mestrado.

Agradeço à Professora Doutora Pâmela Gonçalves Barreto Troncão por seu apoio não apenas a mim, mas a toda a turma de mestrandos de 2022, incentivando-nos a seguir em frente no curso e empenhando-se ao máximo para que pudéssemos obter bolsas de estudos.

E por fim, agradeço a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) de Código de Financiamento 001 pelo apoio financeiro, pois sem este não seria possível continuar com o projeto.

*“A imaginação é mais importante que o conhecimento, porque o conhecimento é limitado, ao passo que a imaginação abrange o mundo inteiro.”*

*(Albert Einstein)*

## RESUMO

**PHYSICAL MODELER E O ARCO DE MAGUEREZ:** Uma proposta para a aprendizagem significativa crítica por meio da modelagem

Maurício Ribeiro Gonçalves  
Orientador(a): Dra. Regina Lélis de Sousa  
Coorientador: Dr. Matheus Pereira Lobo

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Esta pesquisa qualitativa, do tipo "Estudo de Caso", investiga a aplicação da metodologia da problematização do Arco de Maguerез no campo da Mecânica Clássica, visando promover uma aprendizagem significativa e crítica. Surge em resposta à falta de laboratórios de ciências, à redução da carga horária de Física no ensino médio, à distração dos estudantes por conta dos *smartphones*, à obsolescência do Modellus frente a novas tecnologias e ao desinteresse crescente dos alunos pela Física. Propõe-se a utilização do aplicativo de modelagem *Physical Modeler*, em conjunto com o Arco de Maguerез, para despertar o interesse dos estudantes e promover uma aprendizagem significativa e crítica. A pesquisa envolveu duas turmas do ensino médio de uma escola no Interior do Maranhão, totalizando cerca de oitenta participantes, aplicada por meio da disciplina Eletiva de Base pertencente ao Novo Ensino Médio. Três projetos foram realizados, abordando queda livre, plano inclinado e pêndulo simples, seguidos da utilização do *app Physical Modeler* para fechar a metodologia do Arco de cada projeto. Os dados foram coletados por meio do acompanhamento da evolução cognitiva dos estudantes durante o curso, debates e apresentações experimentais. Os debates e experimentações demonstraram uma evolução no raciocínio científico dos estudantes, destacando-se o excelente desempenho na culminância da disciplina, na qual apresentaram trabalhos de modelagem e estudos teóricos à comunidade escolar. A proposta de ensino apresentada é significativa para a nova geração de estudantes, proporcionando uma abordagem mais integrada às tecnologias modernas e atendendo à necessidade de respostas rápidas e contextualizadas pela nova geração de estudantes.

**Palavras-chave:** Ensino de Física; Modelagem Física; Arco de Maguerез; Aprendizagem Significativa.

## **ABSTRACT**

**PHYSICAL MODELER AND THE MAGUEREZ ARC:** A proposal for critical meaningful learning through modeling

Maurício Ribeiro Gonçalves

Advisor: Dra. Regina Lélis de Sousa

Co-supervisor: Dr. Matheus Pereira Lobo

This study was financed in part by the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Finance Code 001.

This qualitative research, of the "Case Study" type, investigates the application of the problematization methodology of the Magueréz Arc in the field of Classical Mechanics, aiming to promote significant and critical learning. It arises in response to the lack of science laboratories, the reduction of Physics class hours in high school, student distraction due to smartphones, the obsolescence of Modellus in the face of new technologies, and the growing disinterest of students in Physics. The use of the Physical Modeler modeling application, along with the Magueréz Arc, is proposed to awaken student interest and promote significant and critical learning. The research involved two high school classes at a school in the interior of Maranhão, totaling about eighty participants, applied through the Base Elective discipline belonging to the New High School. Three projects were carried out, addressing free fall, inclined plane, and simple pendulum, followed by the use of the Physical Modeler app to close the methodology of each project's Arc. Data were collected through monitoring the cognitive evolution of students during the course, debates, and experimental presentations. Debates and experimentations demonstrated an evolution in students' scientific reasoning, with outstanding performance at the culmination of the discipline, where they presented modeling works and theoretical studies to the school community. The teaching proposal presented is significant for the new generation of students, providing a more integrated approach to modern technologies and meeting the need for quick and contextualized responses by the new generation of students.

**Keywords:** Physics Teaching; Physical Modeling; Magueréz Arc; Meaningful Learning.

## LISTA DE ILUSTRAÇÃO

Figura 3.1	Representação de posições sobre o eixo x. A indicação da unidade de comprimento aparece geralmente no lado positivo do eixo em relação a origem. . . . .	40
Figura 3.2	Representação vetorial da velocidade e forças atuante em um corpo esférico em situação de lançamento. . . . .	45
Figura 3.3	Representação das forças que atuam sobre um corpo esférico em queda em um campo gravitacional constante e sobre o qual atua uma força de arrasto. . . . .	47
Figura 3.4	Representação da força de arrasto viscoso em função da velocidade sobre um corpo esférico deslocando-se em movimento horizontal. . . . .	52
Figura 3.5	Decomposição das forças que atuam na esfera A, de massa m sobre um plano inclinado de ângulo $\theta$ . . . . .	61
Figura 3.6	Decomposição de $\vec{P}$ em suas componentes escalares $P_t$ e $P_N$ . . . . .	62
Figura 3.7	Representação ampliada da esfera de massa <b>m</b> sobre o plano inclinado apresentado pela Figura 3.5. . . . .	62
Figura 3.8	Decomposição do vetor aceleração resultante em termos do sistema de eixo cartesiano x e y para o plano inclinado. . . . .	65
Figura 3.9	Decomposição da velocidade resultante sobre os eixos $x'$ e $y'$ . . . . .	67
Figura 3.10	Corpo de massa m sobre plano inclinado com atrito. . . . .	68
Figura 3.11	Modelo de um oscilador harmônico simples. . . . .	70
Figura 3.12	As constantes <b>A</b> e $\delta$ são definidas em termos de $B_1$ e $B_2$ , conforme ilustrado. . . . .	72
Figura 3.13	Oscilações não amortecidas podem ser tratadas como oscilações harmônicas simples com uma amplitude decrescente exponencialmente $Ae^{-\beta t}$ . As curvas tracejadas representam os envelopes, $\pm Ae^{-\beta t}$ . . . . .	76
Figura 3.14	Forças atuando sobre o pêndulo simples. . . . .	77
Figura 3.15	Vetor unitário $\hat{r}$ apontando para direção de crescimento de <b>r</b> com $\theta$ fixo; $\hat{\theta}$ perpendicular a $\hat{r}$ apontando para direção de crescimento de $\theta$ com <b>r</b> fixo. . . . .	77
Figura 4.1	Esquema do Arco apresentado por Bordenave e Pereira (1973): método indutivo e dedutivo da problematização. . . . .	88
Figura 4.2	Arco de Maguerez . . . . .	90
Figura 4.3	Conceitos básicos da aprendizagem significativa de Ausubel . . . . .	93
Figura 5.1	Compilado de imagens para as telas do <i>app Physical Modeler</i> . . . . .	110
Figura 5.2	Imagens relativas à aplicação do primeiro projeto. . . . .	112
Figura 5.3	Aluno realizando o experimento de queda dos Objetos A e C. . . . .	113
Figura 5.4	Transcrição dos questionamentos realizados pelos estudantes sobre o experimento de queda livre. . . . .	114
Figura 5.5	Teorizando a queda livre com arrasto . . . . .	115

Figura 5.6	Estudantes debatendo e digitando as equações de movimento de queda livre com arrasto quadrático no aplicativo <i>Physical Modeler</i> . . . . .	116
Figura 5.7	Compilado de imagens sobre experimento caseiro do plano inclinado. . .	117
Figura 5.8	Objetos utilizados para teste de deslizamento sobre o plano inclinado . .	118
Figura 5.9	Fotografia da lousa com o registro dos principais questionamentos dos estudantes referentes ao experimento com o plano inclinado. . . . .	118
Figura 5.10	Fotografia da lousa com a dedução da equação de movimento de uma partícula sobre o plano inclinado com atrito para ser aplicado em um modelador. . . . .	119
Figura 5.11	Fotografia da lousa com os principais questionamentos dos estudantes sobre o movimento do pêndulo simples. . . . .	122
Figura 6.1	Modelo de dispositivo gerador de holograma caseiro apresentado aos estudantes. . . . .	124
Figura 6.2	Estudantes preparando o experimento improvisado com o tema “queda livre”. . . . .	126
Figura 6.3	Banner apresentando a explicação do movimento de queda livre com arrasto quadrático. . . . .	126
Figura 6.4	Estudante demonstrando a modelagem do movimento de queda livre para um ouvinte que assiste sua apresentação. . . . .	127
Figura 6.5	Estudante preparando o experimento do paraquedas para lançá-lo. . . .	127
Figura 6.6	Compilado de imagens com o experimento do plano inclinado apresentado pela turma da eletiva do período matutino. . . . .	128
Figura 6.7	Compilado de imagens do experimento do plano inclinado. . . . .	129
Figura 6.8	Equipe do período vespertino atuando no durante a apresentação do tema “plano inclinado” e explicando o conteúdo para outros estudantes. . . .	129
Figura 6.9	Equipe do período vespertino apresentado o experimento do movimento sobre o plano inclinado. . . . .	130
Figura 6.10	Estudante explicando o funcionamento do plano inclinado por meio da modelagem com o aplicativo <i>Physical Modeler</i> em seu celular. . . . .	130
Figura 6.11	<i>Banner</i> sobre o tema pêndulo simples. . . . .	131
Figura 6.12	Apresentação do grupo do turno matutino sobre o tema pêndulo simples.	132
Figura 6.13	Compilado de imagens da apresentação da equipe do plano inclinado matutino. . . . .	132
Figura 6.14	Experimento do pêndulo simples realizado pela equipe do período vespertino. . . . .	133
Figura 6.15	Compilado de imagens da apresentação da equipe do plano inclinado vespertino. . . . .	133

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANATEL	Agência Nacional de Telecomunicações
BBC	British Broadcasting Corporation
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CERN	Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire
CMS	Compact Muon Solenoid
EVA	Ethylene Vinyl Acetate
IABPA	International Association of Bloodstain Pattern
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
LHC	Large Hadron Collider
MEC	Ministério da Educação
MCU	Movimento Circular Uniforme
MDF	Medium Density Fiberboard
MHS	Movimento Harmônico Simples
MNPEF	Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física
MRU	Movimento Retilíneo Uniforme
MUV	Movimento Uniformemente Variado
MUV	Movimento Uniformemente Variado
ProInfo	Programa Nacional de Tecnologia Educacional
UFNT	Universidade Federal do Norte do Tocantins
UNESCO	Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura
SEDUC-MA	Secretaria de Educação do Governo do Estado do Maranhão
SBF	Sociedade Brasileira de Física
SI	Sistema Internacional de Unidades
TDICs	Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação
TIC	Tecnologia da Informação e Comunicação
VR	Virtual Reality

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\alpha$	Letra grega Alfa minúsculo
$\beta$	Letra grega Beta minúsculo
$\gamma$	Letra grega Gama minúsculo
$\delta$	Letra grega Delta minúsculo
$\Delta$	Letra grega Delta maiúsculo
$\pi$	Letra grega Pi minúsculo
$\theta$	Letra grega Teta minúsculo
$\mu$	Letra grega Mi minúsculo
$\psi$	Letra grega Psi minúsculo
$\tau$	Letra grega Tau minúsculo
$\omega$	Letra grega Ômega minúsculo
$\infty$	Infinito
$\lim_{x \rightarrow \infty} x$	Limite de x tendendo para o infinito
$\sum_{n=1}^{\infty}$	Somatório de infinitos termos
$\int$	Integral indefinida
$\int_a^b$	Integral definida de “a” até “b”
$x' = \dot{x} = \frac{dx}{dt}$	Notação para derivada primeira
$\Delta x$	Varição em x
$\vec{x}$	Vetor
$\hat{x}$	Vetor unitário na direção de x
$ \vec{x} $	Módulo do vetor x
$\ln x$	Logaritmo natural
$e^x$	Função exponencia de base número de Euler

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>16</b>
<b>2</b>	<b>TECNOLOGIAS PARA O ENSINO DE FÍSICA</b>	<b>21</b>
<b>2.1</b>	<b>TICs e TDICs</b>	<b>21</b>
2.1.1	O uso do <i>smartphone</i> como recurso didático	23
<b>2.2</b>	<b>A utilização de aplicativos no ensino de Física</b>	<b>27</b>
2.2.1	CERN's CMS VR	28
2.2.2	GeoGebra	29
2.2.3	PhET Interactive Simulations	30
2.2.4	Tracker Video Analysis	31
2.2.5	Modellus	32
2.2.6	Physics at School	33
2.2.7	Física Master – Calculadora	34
<b>2.3</b>	<b>A modelagem como alternativa de ensino</b>	<b>34</b>
2.3.1	Aprendizagem guiada pelos sentidos	34
2.3.2	Modelagem	36
<b>3</b>	<b>A FÍSICA DO MOVIMENTO</b>	<b>38</b>
<b>3.1</b>	<b>Leis de Newton</b>	<b>38</b>
3.1.1	Primeira Lei de Newton	39
3.1.2	Segunda Lei de Newton	39
3.1.3	Terceira Lei de Newton	40
<b>3.2</b>	<b>O deslocamento unidimensional</b>	<b>40</b>
3.2.1	A velocidade média no deslocamento unidimensional	41
<b>3.3</b>	<b>Velocidade instantânea</b>	<b>41</b>
<b>3.4</b>	<b>Aceleração média e aceleração instantânea</b>	<b>42</b>
<b>3.5</b>	<b>Movimento Retilíneo Uniformemente Acelerado</b>	<b>43</b>
<b>3.6</b>	<b>Lançamento de projéteis</b>	<b>44</b>
3.6.1	Força de arrasto linear	45
3.6.2	Movimento vertical com arrasto linear	47
3.6.2.1	<i>Aceleração resultante no movimento de queda sujeito ao arrasto</i>	48
3.6.2.2	<i>Velocidade em função do tempo para a queda com arrasto linear</i>	49
3.6.2.3	<i>Posição y em função do tempo para a queda com arrasto linear</i>	51
3.6.3	Movimento horizontal sob a influência do arrasto linear	52
3.6.3.1	<i>Aceleração resultante no movimento horizontal sujeito ao arrasto linear</i>	53
3.6.3.2	<i>Função horária da velocidade no movimento horizontal sujeito ao arrasto linear</i>	53
3.6.3.3	<i>Função horária da posição no movimento horizontal sujeito ao arrasto linear</i>	54
<b>3.7</b>	<b>Movimento de Queda Sujeito ao Arrasto Quadrático</b>	<b>55</b>
3.7.1	Função horária da velocidade no movimento de queda com arrasto quadrático	55

3.7.2	Função horária da posição com arrasto quadrático . . . . .	59
<b>3.8</b>	<b>Plano inclinado</b> . . . . .	<b>60</b>
3.8.1	O movimento sobre o plano inclinado fixo sem atrito . . . . .	61
3.8.1.1	<i>Aceleração resultante em um plano sem atrito</i> . . . . .	61
3.8.1.2	<i>A velocidade sobre o plano</i> . . . . .	63
3.8.1.3	<i>Velocidade ao final da rampa</i> . . . . .	64
3.8.1.4	<i>Aceleração horizontal e vertical</i> . . . . .	64
3.8.1.5	<i>Velocidades horizontal e vertical sobre o plano sem atrito</i> . . . . .	66
3.8.1.6	<i>Posição do móvel sobre o plano inclinado</i> . . . . .	66
3.8.2	O movimento sobre o plano inclinado fixo com atrito seco . . . . .	67
3.8.2.1	<i>Aceleração resultante</i> . . . . .	68
3.8.2.2	<i>Velocidade sobre a rampa na presença de atrito</i> . . . . .	69
3.8.3	Decomposição do movimento da rampa com atrito sobre o novo sistema de referênci	69
<b>3.9</b>	<b>Movimento Harmônico Simples</b> . . . . .	<b>70</b>
3.9.1	Movimento oscilatório unidimensional simples . . . . .	70
3.9.2	Solução da equação diferencial para o MHS . . . . .	72
3.9.3	MHS amortecido . . . . .	73
<b>3.10</b>	<b>Pêndulo amortecido</b> . . . . .	<b>76</b>
3.10.1	Equação de movimento do pêndulo simples segundo a Dinâmica Newtoniana	76
<b>4</b>	<b>TEORIAS E METODOLOGIAS DE ENSINO</b>	<b>80</b>
<b>4.1</b>	<b>Teorias de Aprendizagem</b> . . . . .	<b>80</b>
4.1.1	Implicações Educacionais das Metodologias Ativas . . . . .	84
<b>4.2</b>	<b>Evolução e abordagens educacionais sociocríticas: aprendizagens por problematização e modelos cognitivos</b> . . . . .	<b>86</b>
<b>4.3</b>	<b>Concepções acerca da teoria de aprendizagem com o Arco de Magueres: uma abordagem da problematização</b> . . . . .	<b>88</b>
4.3.1	Aplicação de metodologia ativa com o Arco de Magueres . . . . .	91
<b>4.4</b>	<b>Fundamentos da aprendizagem cognitivista de Ausubel e a Teoria da Aprendizagem Significativa Crítica de Moreira</b> . . . . .	<b>92</b>
4.4.1	Aplicação da Teoria da Aprendizagem Significativa Crítica de Moreira . . . . .	97
<b>4.5</b>	<b>Aprendizagem Significativa crítica e os fundamentos da problematização: a união de duas teorias</b> . . . . .	<b>100</b>
4.5.1	Etapa I do Arco e Princípio da Interatividade Social . . . . .	100
4.5.2	Etapa II do Arco e o Princípio do Conhecimento . . . . .	101
4.5.3	Etapa III do Arco e a desconstrução de pensamentos . . . . .	102
4.5.4	Etapa IV do Arco e o Princípio da Consciência Semântica . . . . .	103
4.5.5	Etapa V do Arco e as estratégias de impacto significativo . . . . .	104
<b>4.6</b>	<b>Implicações Transformadoras na Educação Contemporânea: o percurso do estudo</b> . . . . .	<b>105</b>
<b>5</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>107</b>
<b>5.1</b>	<b>Escolha da Metodologia</b> . . . . .	<b>107</b>
<b>5.2</b>	<b>Descrição Detalhada da Metodologia</b> . . . . .	<b>107</b>
<b>5.3</b>	<b>Etapas realizadas para a pesquisa</b> . . . . .	<b>108</b>
5.3.1	O <i>app</i> Physical Modeler . . . . .	109
5.3.1.1	<i>A interface do app</i> . . . . .	110
5.3.2	Projeto I: Queda Livre . . . . .	111

5.3.3	Projeto II: Movimento Sobre Rampas . . . . .	116
5.3.4	Projeto III: O Balanço do Pêndulo . . . . .	120
<b>6</b>	<b>RESULTADOS</b>	<b>124</b>
<b>6.1</b>	<b>Sobre as dificuldades de aplicação</b> . . . . .	<b>125</b>
<b>6.2</b>	<b>Queda Livre com Arrasto</b> . . . . .	<b>125</b>
6.2.1	Turno matutino . . . . .	125
6.2.2	Turno vespertino . . . . .	127
<b>6.3</b>	<b>Plano Inclinado</b> . . . . .	<b>128</b>
6.3.1	Turno matutino . . . . .	128
6.3.2	Turno vespertino . . . . .	128
<b>6.4</b>	<b>Pêndulo Simples</b> . . . . .	<b>131</b>
6.4.1	Turno matutino . . . . .	131
6.4.2	Turno vespertino . . . . .	132
<b>7</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>134</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>135</b>
	Artigos de periódicos . . . . .	135
	Artigos de anais de conferência . . . . .	138
	Capítulo de livro . . . . .	138
	Dissertações de Mestrado . . . . .	138
	Livros . . . . .	139
	Leis e Decretos . . . . .	143
	Manual técnico . . . . .	143
	TCC . . . . .	144
	Teses de Doutorado . . . . .	144
	Referências Online . . . . .	145
	<b>APÊNDICES</b>	<b>147</b>
	Apêndice 1 . . . . .	148
	Apêndice 2 . . . . .	153
	Apêndice 3 . . . . .	159

# 1 INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, tem-se observado um preocupante desinteresse dos estudantes pela aprendizagem de Física, refletido em salas de aula onde a falta de engajamento é evidente. Este fenômeno pode ser atribuído a diversos fatores, incluindo a escassez de laboratórios adequados ou até mesmo a obsolescência dos livros didáticos diante do avanço tecnológico. Segundo Andrade (2016), o desenvolvimento tecnológico possibilita aos alunos uma maior interatividade e agilidade na busca pelo saber científico, de modo que tais características, como agilidade, velocidade de comunicação e praticidade não são plenamente incorporados ao ambiente escolar, seja devido à carência de recursos físicos adequados ou à falta de investimento em tecnologia, resultando em uma experiência de aprendizado menos atrativa para os alunos.

Castro (2017, online) aponta que mais da metade dos estudantes brasileiros não têm acesso a laboratórios de Ciências em suas escolas, ainda segundo o autor, “O problema limita não apenas o ensino de Física, mas o de Química e de Biologia, além de reduzir a capacidade das escolas para oferecer um ensino interdisciplinar, conforme a orientação da Lei de Diretrizes e Bases (LDB)”. Calixto (2023) identifica que laboratórios de Ciências fazem parte de apenas 9% das escolas públicas do Brasil, tais números, extraídos do Censo Escolar de 2022, foram compilados pelo QEdU - plataforma de dados educacionais. Este fato é comprovado na fala de Fontes et al. (2019):

Um dos problemas muito comum identificado para tentar justificar o desinteresse dos alunos pela disciplina de Física, em especial nas Instituições Públicas Estaduais, é a forma como os conteúdos são trabalhados, onde também influenciam diretamente a quantidade de aulas práticas experimentais, a aplicação de práticas muito simples, às quais, por vezes não exploram o conteúdo de Física contido no experimento ou se distanciam da realidade. (FONTES et al., 2019, p. 2)

Programas governamentais como o Programa Nacional de Tecnologia Educacional (ProInfo) MEC (2024), implantado pelo “Decreto-Lei nº 6.300/2007”, têm buscado promover a inclusão digital e o uso pedagógico das tecnologias da informação e comunicação (TIC) na educação pública como enfatizado por P. A. da Silva (2016). No entanto, a falta de laboratórios de informática e a limitada disponibilidade de recursos tecnológicos adequados ainda representam obstáculos significativos para a implementação efetiva de práticas inovadoras de ensino.

Segundo informações coletadas no site da Agência Nacional de Telecomunicações (ANATEL, 2023), o Maranhão, no ano de 2023, contou com 1071 escolas da esfera estadual, sendo 520 de área rural e 551 pertencentes à região urbana. Dentre essas escolas 698, equivalente a 65,2% das escolas, não possuem laboratório de informática.

Por outro lado, segundo Ferigato (2023), a tecnologia móvel oferece diversas possibilidades para a aprendizagem, mas está proporcionando distração entre os discentes durante as aulas, gerando um grande desafio para os educadores e gestores escolares em estimular a

aprendizagem dos estudantes. “Nesse sentido, vale a pena explorar o *Smartphone*, pois além de ser um aparelho tecnológico que está cada vez mais presente no cotidiano das pessoas, ele é quase um computador de bolso. Por meio dele, as pessoas podem obter mais acesso à informação” (FONTES et al., 2019, p. 3)

É inegável que vivemos em uma era marcada pelo domínio da tecnologia, na qual o acesso e o uso de dispositivos eletrônicos, especialmente *smartphones*, são onipresentes entre os jovens. Conforme destacado por Andrade (2016, p. 17), essa realidade oferece uma oportunidade única para integrar as tecnologias digitais no ensino de Física, possibilitando o desenvolvimento de estratégias pedagógicas mais eficazes e alinhadas com os objetivos educacionais.

Apesar das oportunidades oferecidas pela tecnologia, persistem desafios relacionados à acessibilidade e adequação dos recursos tecnológicos nas escolas. Conforme observado por M. A. Moreira (2021), o modelo educacional vigente muitas vezes prioriza a preparação para resolução mecanizada de avaliações. Para o autor, aprender Física vai além da memorização de fórmulas e definições; envolve a construção de conceitos, modelagem e atividades práticas que atribuam sentido ao conhecimento.

Nota-se que a metodologia de ensino de Física adotada por grande parte dos docentes, encontra-se estagnada e obsoleta. Os recursos que são geralmente utilizados durante as aulas limitam-se ao uso do quadro e giz, fazendo com que o aprendizado caia em rotina e se perca a atenção do educando, é o que afirma Nicola e Paniz (2016, p. 356). Novaes reitera essa afirmação:

O ensino de Física na Educação Básica precisa passar por mudanças significativas, pois está desatualizado em termos de conteúdos e metodologias. [...] Os conteúdos trabalhados são, majoritariamente, do século XIX e as metodologias de ensino são, predominantemente, aulas expositivas e resolução de exercícios, sem incorporar as tecnologias de informação e comunicação. (NOVAES; STUDART, 2016, p. 5)

Essa problemática no ensino em geral, desencadeou a implementação do “Novo Ensino Médio” por meio da “Lei nº 13.415, de 16 de fevereiro de 2017”, “que versa sobre a obrigatoriedade das secretarias estaduais de ensino de todo o país adequarem os seus currículos a uma Base Nacional Comum Curricular (BNCC)” (SEDUC-MA, 2022a). Segundo SEDUC-MA (2022b), em seu manual **Caderno de Orientações Pedagógicas**, informa que o Estado do Maranhão, a partir de 2022, adota uma nova organização curricular de modo a contemplar no Ensino Médio a formação Geral Básica, composta por 1800 horas e a Parte Diversificada com 1200 horas.

Com isso, o componente curricular Física, que no antigo Ensino Médio era composto por 280 aulas, em escolas públicas do Maranhão, hoje é constituído por 120 aulas conforme o **Plano de Implementação da Reformulação Curricular do Ensino Médio** apresentado pela SEDUC-MA (2021, p. 21), resultando em uma redução superior a 57% da carga horária total para a disciplina. As consequências dessa reforma para o ensino de Física e para a qualidade da educação científica ainda estão sendo discutidas e avaliadas.

Diante deste cenário, Andrade (2016, p. 5) afirma que “O ensino de Física na Educação Básica precisa passar por mudanças significativas, pois está desatualizado em termos de conteúdos e metodologias”. Assim, surge a necessidade premente de explorar novas abordagens pedagógicas que possam despertar o interesse e promover uma aprendizagem significativa em Física com tempo hábil. Ainda segundo o autor:

Nos dias atuais, muitas ferramentas digitais e objetos virtuais de aprendizagem estão sendo desenvolvidos para o uso em sala de aula no ensino de Ciências e especificamente no ensino de Física. A quantidade de materiais nessa categoria que está disponível hoje na internet é vasta e consegue cobrir praticamente todos os conteúdos tradicionalmente trabalhados no ensino de Física em nível médio. (ANDRADE, 2016, p. 31)

A incorporação da modelagem computacional no processo de ensino e aprendizagem oferece uma compreensão aprimorada do conteúdo e promove o desenvolvimento cognitivo de forma abrangente (Veit e Teodoro (2002) apud ANDRADE, 2016, p. 24). Isso ocorre porque a modelagem facilita a construção de relações e significados, promovendo assim uma abordagem construtivista para a aprendizagem.

Dentre os *softwares* e aplicativos estudados, identificamos o *Geogebra* e *Modellus* como sendo ferramentas capazes de executar simulações utilizando como base equações que o usuário introduz em campos específicos. *Softwares* destinados à programação, como *MATLAB*, podem executar modelagens desde que o usuário possua conhecimentos avançados de programação.

Destaque especial deve ser atribuído ao *Modellus*, que se sobressai em meio aos outros por ser construído especificamente para gerar simulações de Física com base em modelos inseridos pelo usuário. Esta ferramenta poderia ser o objeto de pesquisa deste trabalho, se não fosse o fator limitante da falta de computadores na escola em que o produto desta dissertação foi aplicado.

Nesse contexto, a presente dissertação propõe uma solução inovadora: o simulador *Physical Modeler*, um aplicativo desenvolvido pelo autor desta dissertação, que tem como objetivo facilitar a aprendizagem por meio da modelagem física, aproveitando a ubiquidade dos *smartphones* entre os estudantes.

O *Physical Modeler* surge como uma alternativa ao *Modellus*, uma ferramenta amplamente utilizada para simulações físicas, porém limitada pela sua disponibilidade exclusiva para computadores. Considerando que a maioria dos estudantes possui acesso a *smartphones*, mas nem sempre a computadores pessoais, torna-se imperativo oferecer uma ferramenta acessível e adaptada aos dispositivos móveis que atenda as necessidades atuais.

O objetivo central desta dissertação é apresentar o *Physical Modeler* como uma ferramenta capaz de estimular a aprendizagem significativa e crítica em Física, especialmente entre os estudantes que encontram dificuldades em se engajar com os métodos tradicionais de ensino. Por meio de simulações interativas e experiências de modelagem, busca-se proporcionar uma abordagem mais dinâmica e envolvente, capaz de despertar o interesse dos alunos e promover

uma compreensão mais profunda dos conceitos físicos.

Para embasar esta proposta, recorreremos à Teoria de Aprendizagem Significativa Crítica de M. A. Moreira (2011b), aliada ao referencial teórico do Arco de Maguerez estabelecido por Berbel e Gamboa (2012), uma metodologia pedagógica que enfatiza a importância da experiência, reflexão e aplicação na construção do conhecimento. Através da aplicação deste método, pretendemos demonstrar como o uso do *Physical Modeler* pode, efetivamente, cativar o olhar do estudante para a aprendizagem de conceitos de Física, estimulando não apenas a compreensão dos conteúdos, mas também o desenvolvimento de habilidades críticas e analíticas.

Dessa forma, esta dissertação se propõe a investigar e apresentar evidências sobre o potencial do *app Physical Modeler* como uma ferramenta eficaz para promover uma aprendizagem significativa e crítica em Física, contribuindo assim para o avanço do ensino e da educação científica. Esta pesquisa foi organizada em sete capítulos, de modo que os capítulos subsequentes serão: Cap. 2 - Tecnologias para o ensino de Física; Cap. 3 - A Física do Movimento; Cap. 4 - Teorias e Metodologias de Ensino; Cap. 5 - Metodologia; Cap. 6 - Resultados e Cap. 7 - Considerações Finais.

O segundo capítulo desta dissertação revisa trabalhos correlatos, abrangendo o uso de Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs) e Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDICs) no contexto do ensino de física. Além disso, são explorados programas e aplicativos específicos destinados ao ensino dessa disciplina, bem como a abordagem da modelagem como uma alternativa eficaz para o ensino.

O terceiro capítulo destaca os tópicos fundamentais de física que servem como base para a abordagem de modelagem. Estes incluem as Leis de Newton, o Lançamento de Projéteis, a Queda Livre com e sem Arrasto Quadrático, o Movimento sobre o Plano Inclinado, o Movimento Harmônico Simples (MHS) e o Pêndulo Simples Amortecido.

O quarto capítulo descreve a metodologia e teoria de ensino adotadas nesta dissertação, incluindo o uso do Arco de Maguerez como metodologia e a Teoria da Aprendizagem Significativa Crítica segundo Moreira. Além disso, é discutido o aplicativo de modelagem denominado *Physical Modeler*, desenvolvido pelo próprio autor, que desempenha um papel central na implementação dessas metodologias.

O quinto capítulo detalha a metodologia empregada na aplicação do produto educacional desenvolvido. Aqui, são delineadas as etapas de aplicação para cada projeto, fornecendo uma estrutura clara para a implementação prática das atividades propostas.

O sexto capítulo apresenta os resultados obtidos a partir da aplicação do projeto educacional desenvolvido. São discutidos os impactos observados no processo de aprendizagem dos alunos e as contribuições para o ensino de física.

Por fim, o sétimo capítulo contém as considerações finais da dissertação, onde são feitas

reflexões sobre os resultados obtidos, as limitações do estudo e sugestões para pesquisas futuras. Este capítulo encerra a dissertação, oferecendo uma síntese dos principais pontos abordados e destacando a relevância do trabalho realizado.

## 2 TECNOLOGIAS PARA O ENSINO DE FÍSICA

A integração entre Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs) e Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDICs), especialmente com o uso de smartphones, tem potencial para desempenhar um papel crucial na melhoria do ensino de Física. A contemporaneidade exige uma abordagem equilibrada, considerando não apenas a disponibilidade de tecnologias, mas também as metodologias de ensino e o preparo dos educadores. A falta de laboratórios de Ciências nas escolas brasileiras, especialmente em disciplinas como a Física, destaca a necessidade de buscar alternativas inovadoras para o ensino.

Os trabalhos correlatos aos temas que são discutidos nesta dissertação abordam as divergências conceituais entre estudiosos e destacam a complexidade relativa ao uso dessas tecnologias, com diferentes abordagens, como as TDICs propostas por Kenski (2008) e a categorização de Valente (2013). Haverá, neste capítulo, a tentativa de argumentar sobre como a utilização consciente dos *smartphones* como recurso didático pode potencializar o processo de ensino-aprendizagem. Exemplos notáveis de TDICs aplicadas ao ensino da Física, tecnologias de realidade virtual para explorar os conceitos de Física de Partículas, ferramentas dinâmicas, simulações interativas, geometria, álgebra e gráficos serão alguns dos casos abordados.

### 2.1 TICs e TDICs

As Tecnologias de Informação e Comunicação desempenham um papel fundamental na contemporaneidade, moldando significativamente a forma como interagimos, comunicamos e acessamos informações. As TICs englobam uma ampla gama de ferramentas, como computadores, rádio, televisores, câmeras, dispositivos móveis e a internet, que têm transformado radicalmente a sociedade e a maneira como conduzimos nossas atividades diárias. No contexto atual, as Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDICs) representam uma evolução das TICs, incluindo elementos como inteligência artificial, *big data*, realidade virtual e internet das coisas.

Entretanto, divergências conceituais surgem entre estudiosos, como destacado por Kenski (2008), que adota o termo Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDICs) para descrever tecnologias digitais interconectadas em rede. Por outro lado, Valente (2013) propõe uma categorização das TDICs a partir da convergência de diversas tecnologias digitais, incluindo vídeos, *softwares*, aplicativos, *smartphones*, imagens, consoles e jogos virtuais, que se fundem para originar inovações tecnológicas. O conceito de TDICs engloba dispositivos eletrônicos capazes de se conectar à internet, ampliando assim as capacidades comunicativas de seus usuários.

Podemos estender as definições das Tecnologias da Informação e Comunicação de maneira mais abrangente, permitindo assim incluir dentro de sua definição não apenas tecnologias digitais,

como o computador, mas também outras formas de tecnologias, como aquelas ópticas, modelagens e também as analógicas.

Ao incorporar mídias e tecnologias na sala de aula, é imperativo que o professor esteja familiarizado com as potencialidades pedagógicas de cada uma, a fim de integrá-las de maneira eficaz no processo de ensino/aprendizagem (CARDOZO; AMARAL, 2011). Antes de propor atividades envolvendo modelos tecnológicos visuais, é essencial que o educador explore e compreenda o ambiente, assimilando suas funcionalidades e possibilidades. Dessa forma, o professor estará mais capacitado para mediar de maneira apropriada a experiência dos estudantes (RASINO; BROIERO; GARCIA-ROMANO, 2020).

Esse enfoque metodológico também se revela ideal para incorporar o uso de elementos de maior impacto na contemporaneidade, sendo a internet um dos fatores preponderantes. A acessibilidade remota às informações disponíveis na rede de computadores proporciona a oportunidade de compartilhar e reinterpretar conteúdos acadêmicos, desempenhando um papel crucial na pesquisa teórica e na relevância para os profissionais da informação. A evolução dessas interações mediadas pela web é um reflexo das transformações decorrentes do ambiente digital (CASTELLS, 2000).

A estratégia intitulada “SocInfo – Educação na Sociedade da Informação” por Takahashi (2000), transcende simplesmente a familiarização com equipamentos. Ela implica o desenvolvimento de competências que capacitam as pessoas a realizarem uma utilização eficaz das novas tecnologias de informação e comunicação, fazendo uso de sua capacidade criativa e habilidade para reconfigurar conhecimentos e procedimentos. O enfoque também abrange a capacitação dos indivíduos para “aprender a aprender”, possibilitando que estejam aptos a lidar de maneira positiva com as transformações constantes e aceleradas na base tecnológica.

Menezes et al. (2001) discutem que a visão de uma educação na sociedade da informação se traduz, na prática, em respaldo aos modelos de aprendizagem, educação continuada e ensino a distância baseados na Internet e em redes. Isso ocorre por meio do apoio a escolas, treinamento de professores, promoção de autoaprendizado e certificação em larga escala em tecnologias de informação e comunicação. Além disso, envolve a implementação de reformas curriculares com o objetivo de integrar o uso dessas tecnologias em atividades pedagógicas e educacionais em todos os níveis da educação formal.

Quanto à necessidade contínua do uso de recursos tecnológicos e à legitimidade de sua aplicabilidade em sistemas de aprendizagem, percebe-se que a incorporação desses elementos na escola nem sempre é tão clara e convincente em relação às metodologias e adaptações à realidade pedagógica diante do avanço tecnológico. Contudo, mesmo diante de desconfianças e resistências em relação ao emprego desses recursos em sala de aula, há momentos em que se evidencia um excesso de espetacularidade em torno do tema, opondo-se à verdadeira realidade que demanda uma abordagem mais equilibrada e ponderada (ANDERSEN, 2016).

R. Moreira (2016) relata que dentro do cenário escolar, entretanto, essa demanda frequentemente depara-se com a escassez de esforços para uso das Tecnologias de Informação e Comunicação. Em muitas situações, isso se deve à carência de recursos disponíveis, mas também à falta de preparo e, em alguns casos, ao desinteresse por parte de alguns professores em adotar essas novas ferramentas de trabalho.

Apesar do reconhecido valor atribuído às TICs, os laboratórios de informática já instalados nas escolas brasileiras enfrentam diversas restrições. Coll e Monereo (2010) descrevem essas problemáticas. Em primeiro lugar, que se destaque que, a manutenção desses laboratórios depende de profissionais que frequentemente estão localizados distantes dos ambientes escolares. Em segundo lugar, é preciso ponderar como o fato de que a disponibilidade do sinal de internet nem sempre é garantida, tem impacto na acessibilidade e usabilidade desses recursos. Além disso, em terceiro lugar, promulga-se uma clientela escolar que ainda não possui pleno reconhecimento do valor que as TICs podem incorporar à inclusão social por meio da inclusão digital.

Conforme destacado por esses autores, o significado dessas ferramentas digitais vai além do simples desenvolvimento de variáveis psicológicas. Os *smartphones* emergem como “talvez”, na atual realidade de algumas instituições escolares, nas quais o único recurso tecnológico, tela, é a opção viável para ser utilizado em sala de aula, considerando todos esses fatores.

Lévy (1999, p. 12) discute que não é suficiente simplesmente adotar as Tecnologias de Informação e Comunicação de maneira indiscriminada; é necessário promover uma transformação nas metodologias de ensino, aprendizado e na própria percepção dos papéis envolvidos. O objetivo não é apenas utilizar as tecnologias a qualquer custo, mas sim adotar conscientemente uma mudança cultural que questiona as formas institucionais tradicionais de ensino e aprendizagem nos sistemas educacionais. Isso implica, principalmente, uma reavaliação dos papéis do professor e do aluno.

De outra forma, a integração de TICs e TDICs com *smartphones* na sala de aula pode potencializar significativamente esse processo de ensino/aprendizagem. Os *smartphones*, dispositivos ubíquos na vida dos estudantes, oferecem uma variedade de recursos que podem ser aproveitados de maneira educativa. Os professores podem utilizar aplicativos educacionais, plataformas de aprendizagem online e recursos interativos para enriquecer as aulas, promovendo engajamento e participação ativa dos alunos.

### 2.1.1 O uso do *smartphone* como recurso didático

Assimilar teorias, conceitos e leis físicas na educação básica não deveria ser uma tarefa fatigante para o estudante, visto que em comparação com a disciplina de Matemática, na qual predominam assuntos de natureza abstrata, a Física permeia um campo de estudo mais tangível, pragmático e relacionado ao cotidiano. Com base nesse fator, a utilização de laboratórios de

Ciências voltado para o ensino da Física se faz necessário em escolas de ensino médio, porém, a existência destes, nessas instituições, ainda é um desafio a ser superado pelos órgãos responsáveis pela regulamentação da educação brasileira. Uma matéria, publicada pela Revista Educação, intitulada **Escassez de laboratórios de ciências nas escolas brasileiras limita interesse dos alunos pela física** por Castro (2017), aponta que, cerca de 70% dos estudantes, equivalente a 27 milhões de alunos no Brasil, estudam em escolas públicas e privadas carentes de laboratórios de ciências.

Um outro fator que coadjuva indiretamente com a pedagogia aplicada em sala de aula, é o aperfeiçoamento e desenvolvimento cada vez mais acelerado das tecnologias digitais, dando destaque aos *smartphones*. Segundo a Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (UNESCO, 2013), existem mais de 3,2 bilhões de assinantes de telefonia celular em todo o mundo. No Brasil, em dezembro de 2020, registrou-se 234,07 milhões de acesso a telefonia móvel segundo dados da ANATEL (2020), de modo para aquele período o total de habitantes era de 211,8 milhões de habitantes, segundo dados do IBGE (2020), resultando em uma média de 1,1 acessos por habitante. Desta forma, grande parte dos estudantes possuem ao menos um aparelho, que por sua vez, é utilizado em várias ocasiões no ambiente escolar sem que haja o consentimento do professor para realização de atividades supérfluas como acesso às redes sociais e registros fotográficos pessoais (*selfies*).

Durante as aulas teóricas, alguns assuntos necessitam da imaginação do educando como meio para compreender melhor o assunto exposto. Este é o caso da cinemática vetorial que necessita desconsiderar as forças dissipativas como as provocadas pelo atrito com o ar, para expor de forma mais didática a consequência da ação da gravidade sob os corpos em movimento. Essa abordagem, mesmo quando bem trabalhada, provoca dúvidas e confusão para alunos que estão tendo seu primeiro contato com o tema. Um exemplo particularmente interessante é o caso do Professor Hérico Avohai<sup>1</sup> que aplicou uma clássica abordagem de ensino, focando em estimular a criatividade dos estudantes, utilizando uma linguagem direta e recorrendo a conceitos básicos e imagéticos da cinemática vetorial, ele empregou paradigmas cotidianos para tornar o aprendizado mais “acessível e envolvente”.

Se o referencial muda, a sua percepção de movimento também mudará, quer ver um exemplo? Imagine que você esteja se deslocando para o trabalho de ônibus (isso foi antes de ser concursado, porque depois já te vejo de carro zero!! rrsr). Pois bem, durante o trajeto eu te pergunto: O ônibus está em movimento ou em repouso? Daí você pode estar pensando: Que fácil, claro que está em movimento! E eu te digo: Resposta errada!! Sem fazer esta cara de espanto, de ‘comacim?’, eu te digo que só podemos responder se um corpo está em movimento ou parado se tivermos um referencial, logo a sua resposta correta deveria ser: Professor, depende do referencial (AVOHAI, [s.d.] p. 4-5)

---

<sup>1</sup>Possui graduação em Física pela Universidade de Brasília (2003). Atualmente é Perito Criminal - Secretaria da Segurança Pública de Goiás e atuou pela Força Nacional de Segurança Pública entre 2016 e 2018. Pós-graduado em Criminalística. Analista de Manchas de Sangue - IABPA (INTERNATIONAL ASSOCIATION OF BLOODSTAIN PATTERN). Professor e Palestrante das disciplinas Física, Matemática, Raciocínio Lógico, Criminalística.

Tendo em vista a dificuldade de compreensão do conteúdo, falta de recursos laboratoriais para o ensino de ciências nas escolas juntamente com a popularização dos *smartphones* entre os jovens, o ensino da Física torna-se desinteressante e massivo sob olhar dos estudantes.

Considerando a falta de laboratórios nas escolas, a popularização das tecnologias *mobile*, a dificuldade de assimilação teórica dos estudantes, tenha-se como caminho a aprendizagem móvel. Segundo UNESCO (2013, p. 8), “A aprendizagem móvel envolve o uso de tecnologias móveis, isoladamente ou em combinação com outras tecnologias de informação e comunicação, a fim de permitir a aprendizagem a qualquer hora e em qualquer lugar.”.

O conhecimento científico atual defende que o emprego consciente do *smartphone* implica em uma abordagem equilibrada e saudável do dispositivo, levando em conta seu impacto nas atividades profissionais, relacionamentos e bem-estar emocional. Esse enfoque engloba a definição de limites, a prática do autocontrole e a consciência dos efeitos adversos decorrentes do uso excessivo (BILLIEUX et al., 2015) *Current Addiction Reports* (2(2), 156-162).

Ferigato (2023) entende que o uso crescente de *smartphones* entre os alunos, tanto dentro quanto fora das salas de aula, representa uma realidade contemporânea. Embora essa tecnologia móvel ofereça diversas oportunidades para aprimorar a aprendizagem, ela também apresenta desafios para educadores e gestores escolares. Nesse contexto, a tecnologia da informação desempenha um papel crucial, pois permite compreender como os *smartphones* podem ser integrados de maneira eficaz no ambiente educacional, facilitando a organização e distribuição de informações relevantes para o processo de ensino-aprendizagem.

Kafylilo (2012) conduziu uma pesquisa sobre as percepções dos professores em relação ao uso de telefones celulares em sala de aula, identificando que os educadores destacaram uma redução no uso desses dispositivos devido ao impacto negativo que eles exerciam no foco dos alunos. Outros estudos indicaram que os instrutores acreditam que o tempo disponível em sala de aula é insuficiente para abordar tanto o conteúdo tradicional quanto para ensinar habilidades digitais aos alunos.

De acordo com Galikovski (2016), que se concentrou no emprego de recursos multimídia em ambientes de sala de aula, observa-se benefícios positivos nessa abordagem quando comparada às metodologias convencionais de ensino-aprendizagem. Conforme indicado por Uliano (2016), ao compartilharmos informações sobre a facilidade de integrar vários *apps* na criação e produção de atividades e trabalhos escolares, delineando o processo para essa associação, há possibilidade de se proporcionar um conhecimento substancial sobre como realizar essa integração e inserir uso de aplicativos e tecnologias nas metodologias ativas.

Segundo Andrade (2016), entre as propostas e ferramentas didáticas mais relevantes, destacam-se as principais modalidades de utilização do computador no ensino de Física: tutoriais, vídeos, coleta de dados, simulações e modelagem computacional. O “Decreto nº 6.300/2007” estabelece o Programa Nacional de Tecnologia Educacional - ProInfo, que visa promover o uso

pedagógico das tecnologias de informação e comunicação nas redes públicas de educação básica.

É com base neste decreto que são instalados os laboratórios de informática nas escolas públicas de educação básica, em parceria com as prefeituras e governos estaduais, que são percebidos pelas autoridades educacionais como ferramentas de apoio à qualificação das pessoas em situação de aprendizagem (SILVA, P. A. d., 2016). Estes representam um desafio real para os professores, que se esforçam para ajustar sua abordagem de ensino a essa nova realidade. Isso inclui a incorporação de dispositivos de projeção, softwares educativos, aplicativos educativos e outras ferramentas inovadoras (GOMES, 2017, p. 5).

O uso generalizado de *smartphones* tem se tornado uma prática cada vez mais comum. Esses dispositivos são considerados tecnologicamente avançados, equiparados a computadores devido aos recursos que oferecem.

Smartphone é um celular com capacidade avançada, que executa um sistema operacional identificável permitindo aos usuários estenderem suas funcionalidades com aplicações terceiras que estão disponíveis em uma loja de aplicativos [...] devem incluir um hardware sofisticado com: a) capacidade de processamento avançada (CPUs modernas, sensores) b) Capacidade de conexões múltiplas e rápidas (Wi-Fi, HSDPA) e c) tamanho de tela adequado e limitado. Além disso, seu Sistema Operacional deve ser claramente identificável, como Android, Blackberry, Windows Phone, Apple's IOS, etc. (THEOHARIDOU et al., 2012, p. 3, apud COUTINHO, 2014, p. 13)

Conforme os autores, ao buscar alternativas para um *app* de bom uso metodológico e que possa suprir essa necessidade de apoio didático em sala de aula para aulas de Física, na loja de aplicativos *PlayStore*, verifica-se dentre as aplicações existentes a predominância para o foco em fórmulas e exercícios, sendo que poucos viabilizam a visualização de um experimento simulado.

Apesar disso, este docente, com base em seus anos de experiência em sala de aula, considera que existe um *software* ideal, no que se diz respeito simulação de tópicos de Física, para uso no computador, qual seja, o *software Modellus*. Nele há a possibilidade de inserção de equações relacionadas à modelagens físicas e através destas são realizadas as simulações computacionais. Ainda segundo a experiência deste docente, com relação os *apps mobile*, o que mais se aproxima do conceito estabelecido pelo *Modellus* é o aplicativo Física na escola<sup>1</sup>. Embora esse programa não possua os recursos de modelagem, ele apresenta várias simulações físicas que vão desde a Mecânica clássica até a Física Nuclear.

A utilização consciente dos *smartphones*, embora possa ser uma fonte de distrações em sala de aula, pode ser direcionada para promover a aprendizagem por meio de uma tecnologia móvel que integra de forma indissociável o cotidiano dos estudantes. Integração efetiva de recursos tecnológicos, como laboratórios de ciências, *smartphones* e *softwares* educativos no ensino de Física representa um desafio, especialmente diante da escassez de infraestrutura nas escolas brasileiras. A falta de laboratórios impacta diretamente na compreensão prática dos conceitos,

<sup>1</sup>Física na escola é um aplicativo desenvolvido por Vladimír Vascak, encontra-se disponível em <https://play.google.com/store/apps/details?id=air.cz.moravia.zlin.vascak.physicsatschoolplus>.

dificultando o engajamento dos alunos. Por outro lado, a popularização dos *smartphones* oferece uma oportunidade única para incorporar tecnologia de forma mais acessível e flexível.

## 2.2 A utilização de aplicativos no ensino de Física

A Física é uma disciplina que pode ser desafiadora para muitos alunos. Os conceitos físicos podem ser abstratos e difíceis de compreender. Os aplicativos podem ser uma ferramenta valiosa para ajudar os alunos a aprenderem Física de forma mais eficaz, significativa e divertida. J. L. Silva (2018), em seu trabalho, abordou o tema “Tecnologias móveis nos processos de ensino e de aprendizagem em física”, com o propósito de analisar as implicações das tecnologias móveis, especialmente na perspectiva do *m-learning*<sup>1</sup>, e explorar maneiras de promover a socialização do conhecimento entre professores e alunos.

Fundamentando-se em Koche (2011), é possível estudar o aprimoramento e o impacto do uso de aplicativos para ensino de Física, bem como identificar particularidades no ensino desta disciplina com uso deste tipo de tecnologia. O objetivo é avaliar como o uso de aplicativos pode influenciar a aprendizagem dos alunos e motivar o trabalho docente com este tipo de tecnologia. Os aplicativos podem ser usados para:

- Visualizar conceitos físicos: os aplicativos podem fornecer aos alunos uma representação visual de conceitos físicos que possam ser difíceis de entender apenas com palavras. Por exemplo, um *app* pode ser usado para mostrar a trajetória de uma bola de beisebol na presença de forças resistivas ou a formação de uma onda;
- Realizar experimentos virtuais: os aplicativos podem permitir que os alunos realizem experimentos virtuais que seriam difíceis ou perigosos de realizar no mundo real. Por exemplo, um *app* pode permitir que os alunos experimentem a força da gravidade ou a resistência do ar;
- Resolver problemas físicos: os aplicativos podem fornecer aos alunos uma ferramenta divertida para resolver problemas físicos. Por exemplo, um *app* pode fornecer uma calculadora científica ou um solucionador de equações;
- Os aplicativos podem ser usados para atender às necessidades de diferentes estilos de aprendizagem. Por exemplo, os *apps* visuais podem ser úteis para alunos visuais, enquanto os aplicativos que permitem a interação com o conteúdo podem ser úteis para alunos cinestésicos;
- Melhorar a compreensão dos alunos: os aplicativos podem ajudar os alunos a compreenderem conceitos físicos de forma mais profunda;

---

<sup>1</sup>“O Mobile learning ou m-learning é um tipo de aprendizagem que utiliza qualquer dispositivo móvel (smartphone, PDA, tablet, PocketPC, etc.) que tenha conectividade sem fios como ferramenta para o ensino, adaptando o mesmo a metodologia.” (IBERDROLA, 2024, online).

- Aumentar o interesse dos alunos: os aplicativos podem tornar a aprendizagem de Física mais interessante e envolvente.
- Personalizar o aprendizado: os aplicativos podem ser personalizados para atender às necessidades individuais dos alunos. É importante que os professores selecionem aplicativos que sejam apropriados para o nível de conhecimento dos alunos e para os objetivos de aprendizagem. As orientações também devem considerar o tempo disponível para usar os aplicativos em sala de aula.

Dessa forma, forneceremos alguns exemplos notáveis de Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação voltadas para o ensino da Física, evidenciando como essas ferramentas podem aprimorar o processo educacional e promover uma compreensão mais aprofundada dos princípios físicos. A lista reflete a preferência deste docente para uso em sala de aula.

Entre essas Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação encontram-se o *Modellus*, *Geogebra*, *Physics at School*, *PhET Interactive Simulations*, *Tracker Video Analysis*, *CERN's CMS VR* e o *Master – Física Básica*. Cada uma dessas ferramentas oferece abordagens distintas para auxiliar tanto os estudantes quanto os educadores na exploração inovadora dos conceitos físicos.

### 2.2.1 CERN's CMS VR

O CERN (Organização Europeia para a Pesquisa Nuclear) é reconhecido como um dos principais centros de pesquisa científica global, dedicado à exploração da Física de Partículas e à compreensão das leis fundamentais que regem o universo. Fundada em 1954 e sediada em Genebra, Suíça, a organização opera como uma colaboração intergovernamental, contando com a participação de diversos países membros (CERN, 2023a).

Uma das conquistas mais notáveis do CERN é o Grande Colisor de Hádrons (LHC, *Large Hadron Collider*), um acelerador de partículas de alta energia construído em um túnel circular com 27 quilômetros de circunferência, situado na fronteira entre Suíça e França. O LHC é uma das máquinas científicas mais complexas já desenvolvidas, projetada para realizar colisões de partículas subatômicas a velocidades próximas à da luz, permitindo a investigação das propriedades fundamentais da matéria e da energia CERN (2023b).

Segundo dados coletados na página online do CERN (2023b), o Solenoide de Múon Compacto (CMS) é um detector de partículas no Grande Colisor de Hádrons (LHC) do CERN, construído por 2.600 pessoas de 180 instituições distintas. Com dimensões impressionantes de 21 m x 15 m x 15 m e massa de 12.500 toneladas, está localizado na caverna de Cessy, França. Em 2016, os pesquisadores relataram uma colisão inesperada, indicando uma nova partícula, gerando entusiasmo. O *Pixel Tracker*, componente crucial, foi instalado em 2021,

melhorando a capacidade de detecção. O CMS desempenha um papel vital na busca por fenômenos desconhecidos, contribuindo para avanços na Física de Partículas.

Em 2018, L. Gross<sup>1</sup> começa a pensar no potencial da realidade virtual (VR) para pesquisa e para desenvolvimento da tecnologia de estudos destes fenômenos físicos. A visualização privada do detector CMS para *iphones* foi um projeto atribuído a J. Hosselet, sob a responsabilidade de D. Bloch e permitiu a exibição de eventos de colisões em um sistema multiplataforma incluindo computadores, *headset*, *smartphones* dentre outros. Embora tenha os mesmos objetivos científicos da experiência ATLAS (um dos dois detectores de uso geral do *Large Hadron Collider* [LHC]), utiliza diferentes soluções técnicas e um design de sistema magnético diferente.

Com o objetivo de compartilhar suas descobertas globalmente, o CERN disponibilizou diversos vídeos em seu canal no YouTube, abordando o tema “Acelerador de partículas”. Esses vídeos, destinados a um público diversificado interessado em conhecimento científico, explicam o funcionamento do acelerador de partículas e suas descobertas. Alguns desses vídeos podem ser visualizados em 360 graus com a ajuda de óculos VR ou simplesmente utilizando o giroscópio do *smartphone*. Em uma das páginas online do CERN<sup>2</sup>, é disponibilizado um pequeno tutorial de como fazer um óculos VR simples para assistir aos vídeos em 360.

O docente, autor desta dissertação, considera que esta seja uma ferramenta baseada em TDICs muito interessante para introduzir tópicos de Física Moderna na Educação Básica.

## 2.2.2 GeoGebra

O GEOGEBRA é um *software* dinâmico de Matemática projetado para todos os níveis de educação. Disponível gratuitamente<sup>3</sup> em diversas plataformas, incluindo os sistemas operacionais iOS, Android, Windows, Mac, Chromebook e Linux. O GeoGebra integra geometria, álgebra, planilhas, gráficos, estatísticas e cálculos em uma única plataforma. Além disso, oferece uma plataforma online com mais de 1 milhão de recursos gratuitos criados por usuários em vários idiomas, facilitando o compartilhamento através da GeoGebra Tarefa, uma plataforma de colaboração que permite o monitoramento em tempo real do progresso dos alunos (GEOGEBRA, 2023).

A história do GeoGebra remonta ao desejo de criar uma ferramenta que tornasse os conceitos matemáticos mais acessíveis e visuais para estudantes e professores. Segundo A. G. da Silva (2022), Markus Hohenwarter, mentor do projeto GeoGebra, iniciou o desenvolvimento do programa enquanto era estudante de doutorado na Universidade de Salzburgo, Áustria, entre

---

<sup>1</sup>Bloch (físico), L. Gross (diretor técnico do laboratório), J. Hosselet (desenvolvedor VR), P. Van Hove (físico) do *Compact Muon Solenoid* (CMS), um detector de uso geral no *Large Hadron Collider* (LHC). Ele foi projetado para investigar uma ampla gama de eventos em Física de Partícula, incluindo a busca pelo bóson de Higgs, dimensões extras e partículas que poderiam constituir a matéria escura. Disponível em: <https://home.cern/tags/cms>.

<sup>2</sup>Link para acessar ao tutorial e vídeos do CERN: <https://visit.cern/vr>.

<sup>3</sup>Para baixar qualquer versão do GeoGebra acesse <https://www.geogebra.org/download?lang=pt>.

2001 e 2002.

Ao longo dos anos, o GeoGebra evoluiu com atualizações e expansões de recursos, como planilhas e gráficos, tornando-se uma ferramenta abrangente para o ensino de Matemática e Ciências. Adaptando-se às mudanças tecnológicas, expandiu-se para dispositivos móveis e lançou uma versão baseada na web, conforme mencionado previamente.

A inserção do GeoGebra na educação causou um impacto notável no ensino de Matemática globalmente, proporcionando uma abordagem interativa e dinâmica para explorar conceitos matemáticos pois, em um só aplicativo, são trabalhados assuntos de Álgebra e Geometria, ou seja, uma variedade de conteúdos podem ser discutidos com o auxílio do *software* GeoGebra (OLIVEIRA; CUNHA, 2021). Sua acessibilidade e versatilidade o tornaram uma ferramenta valiosa em salas de aula e ambientes de aprendizado online. A comunidade ativa de usuários continua a contribuir para a evolução do *software*, enriquecendo sua utilidade no campo educacional.

### 2.2.3 PhET Interactive Simulations

Fundado em 2002 pela Universidade do Colorado Boulder, o *PhET Interactive Simulations*, mais conhecido como PhET<sup>1</sup>, é uma plataforma educacional renomada. Disponível para os sistemas operacionais: Windows<sup>2</sup>, macOS, Android<sup>3</sup> e IOS<sup>4</sup>, a aplicação destaca-se por proporcionar um ambiente intuitivo e lúdico, no qual a aprendizagem se dá por meio da exploração e descoberta. Esse recurso oferece uma ampla variedade de simulações interativas que abrangem diversas disciplinas, incluindo Ciências, Física, Biologia, Química e Matemática. Reconhecido mundialmente, o PhET é amplamente utilizado por educadores e alunos. Abaixo, são apresentados alguns aspectos científicos relevantes sobre o PhET:

- **Objetivo Educacional:** A plataforma foi desenvolvida com o propósito de enriquecer o processo de ensino e aprendizagem de conceitos nas áreas científicas e matemáticas. O foco central recai nas simulações interativas, permitindo aos alunos explorarem, experimentarem e visualizarem fenômenos complexos num ambiente virtual.
- **Base Científica:** Cada simulação presente na plataforma é criada a partir de princípios científicos robustos. A elaboração destes modelos ocorre em estreita colaboração com especialistas nas respectivas áreas, garantindo a precisão e a representação fidedigna dos fenômenos observados na natureza.

<sup>1</sup>Esta plataforma pode ser acessada pelo link: [https://phet.colorado.edu/pt\\_BR/](https://phet.colorado.edu/pt_BR/)

<sup>2</sup>No Windows e macOS podem ser acessado pelo link: [https://phet.colorado.edu/pt\\_BR/offline-access](https://phet.colorado.edu/pt_BR/offline-access)

<sup>3</sup>Link para baixar no Android: [https://play.google.com/store/apps/details?id=edu.colorado.phet.androidApp&hl=en\\_US](https://play.google.com/store/apps/details?id=edu.colorado.phet.androidApp&hl=en_US)

<sup>4</sup>Link para baixar no IOS: <https://apps.apple.com/us/app/phet-simulations/id1134126831>

- **Aprendizado Ativo:** O PhET promove o engajamento ativo dos alunos, possibilitando que manipulem variáveis, questionem e observem as implicações de suas ações. Esta abordagem facilita o desenvolvimento de um entendimento profundo dos conceitos, indo além da mera memorização.
- **Pesquisa Educacional:** As simulações PhET são frequentemente incorporadas em pesquisas acadêmicas focadas na eficácia do ensino e da aprendizagem. Isso resulta na formação de uma sólida base de evidências científicas que apoiam a efetividade dessas simulações como instrumentos educacionais.
- **Acessibilidade:** Notavelmente, o PhET é uma ferramenta de acesso aberto e gratuito, tornando-se acessível a qualquer pessoa com acesso à internet. Além disso, sua tradução para diversos idiomas amplia seu alcance e utilidade em escala global.
- **Customização Educacional:** Educadores podem personalizar o uso das simulações PhET de acordo com as necessidades de sua sala de aula. Eles podem criar atividades específicas e cenários de aprendizado que se alinhem com os objetivos de ensino.
- **Ampla Gama de Tópicos:** A plataforma oferece simulações abrangendo uma vasta gama de campos de estudo, que incluem Física, Química, Biologia, Matemática e muito mais. Essa diversidade a torna uma ferramenta versátil aplicável em múltiplas disciplinas científicas.

Em síntese, o *PhET Interactive Simulations*, enquanto plataforma educacional, se destaca por sua abordagem científica robusta, proporcionando uma contribuição substancial ao ensino e à aprendizagem nas áreas de Ciências e Matemática. Sua influência no campo educacional é amplamente reconhecida e respaldada por pesquisas acadêmicas voltadas para a pedagogia e o processo de aprendizagem.

#### 2.2.4 Tracker Video Analysis

Conforme Ortiz (2018), o *Tracker*<sup>1</sup> é um *software* de código aberto desenvolvido por Douglas Brown, professor do *Cabrillo College*, situado em Santa Cruz, Califórnia, nos Estados Unidos. Esta ferramenta gratuita e colaborativa, criada em conjunto com a comunidade global conhecida como *Open Source Physics*, utiliza bibliotecas Java, garantindo compatibilidade com diversos sistemas operacionais, desde que os *drivers* necessários para executar do Java estejam instalados.

Quando utilizado de maneira apropriada, o *Tracker* possui o potencial de elevar as experiências laboratoriais a um patamar superior. Em comparação com métodos tradicionais que dependem de sensores, o *Tracker* tem a capacidade de coletar um número mais amplo de pontos

---

<sup>1</sup>Link para baixar o Tracker Video Analysis: <https://physlets.org/tracker/>

de dados, reduzindo consideravelmente as chances de erro e proporcionando uma interpretação mais precisa de conceitos físicos e da realidade circundante.

A análise de vídeo com o *Tracker* envolve o rastreamento de objetos em movimento, capturando informações cruciais como posição, velocidade e aceleração ao longo do tempo. Baseado em princípios matemáticos e físicos fundamentais, o *Tracker Video Analysis* tem sido uma ferramenta valiosa para pesquisadores em Física e áreas correlatas.

Além de seu impacto na pesquisa científica, o *Tracker Video Analysis* desempenha um papel significativo na educação em Ciências. Utilizado para criar atividades interativas e envolventes, possibilita que os alunos explorem conceitos complexos de Física por meio da análise de vídeos do mundo real. Essa abordagem prática e visual contribui para o desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas e pensamento crítico entre os estudantes.

O *Tracker Video Analysis* destaca-se como uma ferramenta valiosa tanto para a pesquisa científica quanto para o ensino da Física. Sua capacidade de analisar movimentos complexos de maneira precisa e acessível o torna uma escolha preferencial em laboratórios de pesquisa e salas de aula, ampliando as possibilidades de envolvimento dos alunos e contribuindo para uma compreensão mais profunda dos princípios físicos.

### 2.2.5 Modellus

Desenvolvido pela Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa e coordenado e aprimorado por uma equipe liderada pelo Professor Vitor Duarte Teodoro, o *Modellus* é um software gratuito que possibilita aos usuários a criação de modelos matemáticos interativos (ANDRADE, 2016). Segundo Veit e Teodoro (2002), “*Modellus* é uma ferramenta cognitiva para auxiliar a internalização de conhecimento simbólico, preferencialmente em contexto de atividades de grupo e de classe, em que a discussão, a conjectura e o teste de ideias são atividades dominantes, em oposição ao ensino direto por parte do professor”.

Seu embasamento teórico é robusto, fundamentado em princípios matemáticos e científicos, abrangendo equações diferenciais, sistemas dinâmicos e simulação numérica. Essa base sólida confere ao *Modellus* uma notável capacidade para representar o comportamento de sistemas físicos e permite a análise de fenômenos complexos que podem ser descritos matematicamente (UFRGS, 2009).

Atualmente o *software* encontra-se disponível em alguns poucos sites, tais como a versão 4.01 que pode ser obtida na página online do Instituto federal do Rio Grande do Norte<sup>1</sup> e a versão X<sup>2</sup>, a mais atual e pode ser localizada em uma rápida busca no *Google Search*<sup>3</sup> e é localizada em

---

<sup>1</sup>Link para baixar o Modellus 4.01: <https://docente.ifrn.edu.br/alessandrrolim/informatica-aplicada-a-fisica/software-modellus-4.01/view>

<sup>2</sup>Link opcional para baixar o Modellus X: <https://modellus-x.software.informer.com/0.4/>

<sup>3</sup>Este site é um mecanismo de busca do Google que permite que os usuários pesquisem informações na web usando palavras-chave e fornece resultados relevantes.

alguns poucos sites hospedeiros.

Pesquisadores em diversas disciplinas científicas utilizam o *Modellus* para investigar e compreender fenômenos naturais e sistemas complexos. Na Física, por exemplo, o *Modellus* é empregado para simular o comportamento de partículas subatômicas, modelar sistemas físicos complexos e prever resultados experimentais. Da mesma forma, na Biologia, é possível criar modelos de dinâmicas populacionais, evolução e interações ecológicas por meio dessa ferramenta. Sendo estes apenas dois exemplos singelos das inúmeras capacidades deste *software*.

Além do seu valor na pesquisa científica, o *Modellus* desempenha um papel significativo na educação matemática e científica. Educadores utilizam essa ferramenta para criar ambientes de aprendizagem interativos, nos quais os estudantes podem explorar e experimentar com modelos matemáticos em tempo real. Isso proporciona aos alunos uma compreensão mais tangível e intuitiva de conceitos complexos.

O *Modellus* é reconhecido como uma ferramenta computacional versátil e poderosa para a modelagem matemática e científica. Sua base teórica sólida, aplicabilidade em pesquisa e capacidade de enriquecer a educação o tornam uma escolha valiosa para cientistas, educadores e estudantes. Ao possibilitar a criação e análise de modelos matemáticos interativos, o *Modellus* impulsiona a compreensão e a resolução de problemas em Ciência e Engenharia, contribuindo para avanços significativos nas diversas áreas do conhecimento.

### 2.2.6 Physics at School

O *Physics at School* é um software educacional disponível para os sistemas operacionais IOS<sup>1</sup>, Android<sup>2</sup> e Windows<sup>3</sup>. Atualmente todas as versões disponíveis do programa são pagas e vendidas na modalidade de compra única, com preços que variam de cinquenta reais a um pouco mais que setenta reais dependendo do sistema ao qual deseja-se instalar a aplicação.

Desenvolvido pelo professor Vladimir Vaščák, o aplicativo oferece mais de trezentas simulações de Física e pode ser acessado gratuitamente pelo computador através de um navegador de internet<sup>4</sup>. As simulações são didáticas e coloridas, cada uma apresentando botões de controle, como iniciar, pausar e reiniciar, para proporcionar uma representação simulada de experimentos físicos.

Algumas versões de simulações podem exibir botões coloridos adicionais, para avanços na simulação, ativar e desativar recursos visuais e exibir outros modelos de simulação por exemplo. Quase sempre, as simulações vêm acompanhadas das equações responsáveis pelo movimento

<sup>1</sup>Link para baixar no IOS: <https://apps.apple.com/us/app/physics-at-school/id877683129>

<sup>2</sup>Link para baixar no Android: [https://play.google.com/store/apps/details?id=air.cz.moravia.zlin.vacak.physicsatschoolplus&hl=en\\_US](https://play.google.com/store/apps/details?id=air.cz.moravia.zlin.vacak.physicsatschoolplus&hl=en_US)

<sup>3</sup>Link para baixar no Windows: <https://apps.microsoft.com/detail/9P1ZM4X93C1C?hl=pt-br&gl=BR>

<sup>4</sup>Acesse a plataforma por meio do link: <https://www.vacak.cz/physicsanimations.php>

gerado. Também é possível ter acesso a gráficos ou tabelas com valores calculados a partir de experimentos.

### 2.2.7 Física Master – Calculadora

O Física *Master* é um aplicativo disponível para Android<sup>1</sup> e iOS<sup>2</sup>, desenvolvido por Carlo Terracciano. Ele abrange diversos tópicos da Física, desde a Mecânica Clássica até a Mecânica Quântica. O aplicativo oferece conteúdo explicativo conciso e claro sobre os tópicos de Física disponíveis em sua base de dados, incluindo fórmulas, exemplos resolvidos, simulações e listas de exercícios, além disso, apresenta uma calculadora própria.

Ao escolher um tópico para estudo, o aplicativo exibe uma breve descrição do conteúdo, destacando as equações relativas à modelagem matemática do tema em fonte maior. Os exercícios são realizados em formato de *quiz*<sup>3</sup>, com cinco questões de múltipla escolha. Se o usuário erra, o *app* mostra a resposta correta e o link para a próxima questão; se acerta, parabeniza e passa para a próxima questão ou finaliza a atividade.

Um destaque significativo do aplicativo é a capacidade de resolver problemas de Física por meio de uma calculadora específica. Em temas como Cinemática, Dinâmica, Termodinâmica e Dinâmica dos Fluidos, o *app* oferece a oportunidade de solucionar problemas, permitindo a seleção de variáveis para cálculos e a inserção dos valores necessários para obter o resultado numérico.

## 2.3 A modelagem como alternativa de ensino

### 2.3.1 Aprendizagem guiada pelos sentidos

Ao nascer, todo bebê é bombardeado de novas informações como cores, sons, aromas, sabores e sensações táteis. Com o passar de alguns dias após o nascimento, o bebê começa a aprender sobre o mundo utilizando o olfato e paladar (PEDROSA; SOUSA, R. A., 2015). Nos primeiros dias de vida, do nascimento até o primeiro ano, a capacidade de aprendizado do ser humano é extraordinariamente intensa e guiada, em grande parte, pela exploração sensorial do ambiente ao seu redor.

A educadora e pesquisadora Maria Montessori destaca a importância crucial desse período, afirmando que “a mente absorvente da criança está em seu auge durante essa fase”

<sup>1</sup>Link para baixar no Android: [https://play.google.com/store/apps/details?id=com.terracciano.physics\\_master&hl=pt\\_BR&gl=US](https://play.google.com/store/apps/details?id=com.terracciano.physics_master&hl=pt_BR&gl=US).

<sup>2</sup>Link para baixar no IOS: <https://apps.apple.com/br/app/física-master-calculadora/id1453430489>.

<sup>3</sup>Um “quiz” é uma atividade ou jogo de perguntas e respostas, frequentemente utilizado para testar o conhecimento ou a compreensão de um tópico específico por meio de uma série de questões. Os quizzes podem ser usados para fins educacionais, entretenimento, avaliações de aprendizado e muito mais

(MONTESSORI, 1978). Essa “mente absorvente” é uma esponja curiosa, ávida por experiências sensoriais que contribuem para a formação de conexões neurais fundamentais. Durante essa fase, a criança explora o mundo por meio de seus sentidos, desenvolvendo a base para habilidades cognitivas, emocionais e motoras. Para neurocientista Eliot (2000), “a arquitetura do cérebro é construída na infância com base nas experiências vividas”. Assim, a exposição a estímulos sensoriais como toque, cheiro, visão e som são fundamentais para o desenvolvimento saudável e para a criação das primeiras estruturas cognitivas.

Contudo, à medida que a criança avança na infância, a aprendizagem não pode prescindir desses recursos sensoriais. Gardner (2000), psicólogo e teórico da inteligência múltipla, enfatiza que “nós todos temos diferentes inteligências, diferentes formas de aprender”. Portanto, é imperativo reconhecer e integrar a diversidade de estilos de aprendizagem que surgem após a fase inicial, quando os sentidos eram as principais portas de entrada para o conhecimento.

Durante a infância, a medida que a criança frequenta a escola, esta tende a utilizar com maior frequência um de seus recursos sensoriais como “porta de entrada para novas informações”. Estes recursos, por muitas das vezes, podem ser dados pela visão ou audição e em algumas situações vai além dos sentidos sensoriais passando para algo denominado como sinestésico (ZHININ; MONTENEGRO, 2018). Assim, o sistema de representação sensorial dominante nos alunos oscilam entre: visual, auditivo ou cinestésica (BANDLER; GRINDER, 1996).

A aprendizagem visual é caracterizada pelo predomínio do sentido da visão na assimilação de informações. Segundo Felder, Silverman et al. (1988), essa abordagem destaca-se pela preferência por gráficos, mapas, diagramas e outras representações visuais. Para esses autores, indivíduos com forte inclinação visual aprendem melhor quando têm acesso a informações apresentadas de forma visual.

Contrastando com a aprendizagem visual, a auditiva destaca-se pelo predomínio do sentido da audição no processo de assimilação de conhecimento. A. Rodrigues e Schimiguel (2018) afirmam que pessoas com esse estilo de aprendizagem têm melhor desempenho em atividades educacionais quando as instruções são transmitidas em voz alta, quando precisam falar em público ou quando as informações são apresentadas e exigidas no modo oral. A audição é fundamental para a compreensão efetiva, sendo o estímulo sonoro uma ferramenta valiosa no processo educacional destes indivíduos.

A aprendizagem cinestésica refere-se à preferência por experiências práticas e atividades físicas. “Altamente associado à abordagem construtivista, o estilo cinestésico tem como foco o aluno ‘aprender fazendo’, baseado em sua criatividade, potencialidades e habilidades” (CÓRDOVA et al. 2017 apud ZHININ; MONTENEGRO, 2018, p. 4). “Os alunos cinestésicos aprendem com o que tocam, o que fazem e com as suas sensações, as suas memórias são gerais, armazenam informações através da memória muscular” (CID et al., 2012). A manipulação de objetos e a interação física são essenciais para indivíduos com forte inclinação cinestésica.

Este estilo de aprendizagem está associado ao desenvolvimento de habilidades motoras e à compreensão aprimorada por meio da ação física.

É importante ressaltar que a combinação desses estilos de aprendizagem pode variar de pessoa para pessoa, e muitos indivíduos apresentam uma preferência dominante, mas podem incorporar elementos dos demais estilos. Ao estudar Física, por muitas das vezes, o mais comum é que além de ver e ouvir, os discentes necessitem realizar atividades práticas para que possam obter o mínimo de compreensão do conteúdo estudado.

### 2.3.2 Modelagem

Segundo Teodoro (2002, p. 15), “a aprendizagem decorre numa comunidade de prática em que os estudantes aprendem a partir do seu próprio esforço e a partir de orientação externa”. Levando em consideração as necessidades primordiais de ver e fazer para que o aluno possa assimilar as novas informações, a modelagem emerge como uma alternativa de ensino inovadora e eficaz. Ao promover a exploração prática, a manipulação de conceitos e a aplicação contextualizada do conhecimento, a modelagem abraça a multiplicidade de formas pelas quais os indivíduos aprendem. Rosa e Orey (2012, p. 277) apontam que “[...], os alunos são personagens ativos no ambiente de aprendizagem da modelagem, pois eles constroem os próprios conhecimentos a partir de relações interpessoais e intrapessoais que ocorrem nesse ambiente.”.

Nesse contexto, o *Modellus* destaca-se como uma ferramenta computacional importante, proporcionando recursos avançados para a construção e análise de modelos matemáticos que representam uma ampla gama de fenômenos naturais e processos científicos. De acordo com Veit e Teodoro (2002), o termo “modelagem” adquire significado como um processo de representação, onde o modelo se configura como uma simplificação de um sistema. O autor destaca que o modelo matemático, por sua vez, constitui uma forma específica de representação que faz uso de objetos matemáticos, tais como funções, vetores e figuras geométricas.

No cenário científico contemporâneo, o processo de modelagem assume um papel crucial na investigação de questões que visam aprofundar a compreensão humana sobre o mundo que nos cerca (BRANDÃO, R. V.; ARAUJO; VEIT, 2008). Essa abordagem não apenas proporciona uma visão mais clara e organizada dos fenômenos, mas também facilita a formulação de soluções para problemas complexos como afirma Andrade (2016):

Esse recurso tem se mostrado uma ferramenta com um grande potencial para a aprendizagem em Física, Matemática e Ciências em geral por oferecer a oportunidade ao aluno de ter um contato mais concreto com o objeto de estudo e por favorecer o processo de construção do conhecimento. (ANDRADE, 2016, p. 19)

A utilização da modelagem como recurso pedagógico não apenas possui potencial de enriquecer a compreensão teórica dos conceitos, mas também pode promover o desenvolvimento de habilidades cognitivas, como a capacidade de analisar, sintetizar e resolver problemas de forma

independente. Dessa forma, a modelagem emerge como uma estratégia educacional inovadora, potencializando significativamente para a formação integral dos estudantes e preparando-os para enfrentar os desafios científicos e tecnológicos do mundo contemporâneo.

### 3 A FÍSICA DO MOVIMENTO

A natureza encontra-se em constante movimento, mesmo os corpos que, supostamente, estão em repouso apresentam movimento em relação a algum referencial. Conforme Halliday, Resnick e Walker (2012), uma estrada encontra-se em movimento devido a rotação da Terra em seu movimento em torno do Sol, que por sua vez tem movimento em torno da Via Láctea e a Via Láctea está em movimento em relação às outras galáxias. A Física possui como um de seus objetivos descrever esses movimentos, objeto de interesse da área designada por Mecânica Clássica. “[...] A Mecânica foi o primeiro ramo da Física a ser desenvolvido como uma ciência exata, sendo que *seu prelúdio é dado a partir da formulação das leis da Mecânica por Galileu e Newton*” (SYMÓN, 1996, p. 20, grifo nosso.). Esta parte da Física pode ser dividida, para efeitos didáticos, em três tópicos, quais sejam:

[...] *Cinemática, Dinâmica e Estática*. Cinemática é o estudo e a descrição dos possíveis movimentos de corpos materiais. Dinâmica é o estudo das leis que determinam, entre todos os possíveis movimentos, aquele que ocorrerá realmente em cada caso específico. Em dinâmica, introduz-se o conceito de força. O problema central da Dinâmica é determinar, para qualquer sistema físico, os movimentos que ocorrerão sob a ação de dada força. Estática é o estudo de forças e sistemas de forças com referência particular aos que atuam sobre corpos em equilíbrio. (SYMÓN, 1996, p. 21).

Neste capítulo faremos a descrição de algumas formas de movimento de partículas, levando em consideração o atrito existente durante o deslocamento, a fim de aplicar os modelos matemáticos resultantes no simulador *Physical Modeler*. Para que isso seja possível, o movimento será abordado levando em conta os conceitos da Dinâmica Newtoniana. A princípio, será abordado o movimento unidimensional desconsiderando as forças de resistência, incluindo a descrição do movimento para o movimento oscilatório realizado por pêndulos simples ou molas. Após esta etapa inicial, far-se-á a descrição deste movimento, mas considerando o atrito da partícula com o meio. Conhecendo as leis do movimento unidimensional, pode-se progredir para a análise do movimento bidimensional considerando as forças resistivas no lançamentos de projéteis e deslocamento sobre um plano inclinado.

#### 3.1 Leis de Newton

A Mecânica Clássica Newtoniana, conforme discutido anteriormente, constitui o ramo da Física dedicado ao estudo do movimento de corpos sob a influência de forças. Esta abordagem é fundamentada em três leis primordiais, reconhecidas como as Leis de Newton da Dinâmica.

As Leis de Newton foram formuladas por Isaac Newton no seu livro *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*, publicado em 1687. Elas são consideradas um dos marcos mais importantes da ciência moderna e têm sido utilizadas para explicar uma ampla gama de

fenômenos, desde o comportamento de objetos cotidianos até o movimento planetário.

### 3.1.1 Primeira Lei de Newton

A Primeira Lei de Newton, também conhecida como Lei da Inércia, estabelece que um corpo permanece em repouso ou em movimento retilíneo uniforme, a menos que uma força externa atue sobre ele. Segundo Taylor (2013, p. 13) “Na ausência de forças, uma partícula se move com velocidade constante  $\mathbf{v}$ ”.

Com isso, se a força que atua sobre o corpo é nula, então a aceleração do corpo também é nula. Isso significa que o corpo permanecerá em repouso, se estiver inicialmente em repouso, ou continuará a se mover em linha reta com velocidade constante, se estiver inicialmente em movimento.

### 3.1.2 Segunda Lei de Newton

A Segunda Lei de Newton relaciona a força aplicada a um corpo com sua aceleração, a variável fundamental da Dinâmica Newtoniana. De acordo com Taylor (2013, p. 13) “Para uma partícula qualquer de massa  $m$ , a força resultante  $F$  sobre a partícula é sempre igual à massa  $m$  vezes a aceleração da partícula:  $F = ma$ ”. Em termos matemáticos, isso é expresso pela famosa equação:

$$\mathbf{F} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt}, \quad (3.1)$$

onde  $\mathbf{F}$  é a força resultante aplicada,  $m$  é a massa do corpo e  $\mathbf{v}$  é a velocidade do corpo.

Essa lei significa que quanto maior a massa de um corpo, maior a força necessária para acelerá-lo. Por exemplo, é mais difícil acelerar um carro do que uma bola de tênis. Esta equação é essencial para a compreensão detalhada de como os corpos respondem às forças aplicadas.

Isaac Newton, no seu livro *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*, introduz a sua Segunda Lei como:

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}, \quad (3.2)$$

definindo a grandeza momento, dada por:

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v}. \quad (3.3)$$

Nesta dissertação e também no produto educacional, consideraremos as duas formas de expressar a Segunda Lei de Newton, dadas pelas expressões 3.1 e 3.2, como equivalentes. De fato, elas são aplicáveis aos movimentos que serão discutidos. No entanto, é importante ressaltar

que a segunda forma, representada pela equação 3.2, é a mais geral.

### 3.1.3 Terceira Lei de Newton

A Terceira Lei de Newton afirma que, para toda ação, há uma reação igual e oposta. Sob a ótica de Taylor (2013, p. 18) “Se o objeto 1 exerce uma força  $\mathbf{F}_{21}$  sobre o objeto 2, então o objeto 2 sempre exerce uma força de reação  $\mathbf{F}_{12}$  sobre o objeto 1 dada por:”.

$$\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21}. \quad (3.4)$$

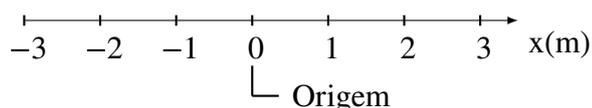
Com a apresentação das Leis de Newton da Dinâmica, temos o arcabouço teórico necessário para o estudo dos movimentos mencionados anteriormente e que são objetos das próximas seções.

## 3.2 O deslocamento unidimensional

Já comentamos que a análise do movimento é um problema fundamental em Física (NUSSENZVEIG, 2013, p. 41). Para Symon (1996), a descrição do movimento deve ser incorporada inicialmente de forma simples, para isso utilizando-se a análise de uma partícula, que segundo o autor, é um objeto cujo tamanho e estrutura interna são desprezíveis para o problema em estudo.

Para descrever o movimento de uma partícula adequadamente, é necessário descrever sua posição inicial e ter condições de acompanhar como esta posição varia no decorrer do movimento (NUSSENZVEIG, 2013; TIPLER; MOSCA, 2009). Segundo Halliday, Resnick e Walker (2012), localizar um objeto significa determinar a posição dele em relação a um ponto de referência. Em um sistema unidimensional, esse ponto de referência é a origem, atribuída ao ponto zero. Um exemplo pode ser visto no eixo da abscissa como representado pela Figura 3.1.

**Figura 3.1** – Representação de posições sobre o eixo x. A indicação da unidade de comprimento aparece geralmente no lado positivo do eixo em relação a origem.



**Fonte:** Fundamentos da física de Halliday, Resnick e Walker (2012), adaptado pelo autor.

O sentido do movimento ao longo do eixo será considerado positivo conforme os valores aumentam em relação à origem e será negativo quando observado o oposto. Segundo Halliday, Resnick e Walker (2012), o deslocamento de uma partícula de uma posição  $x_1$  para uma posição  $x_2$  é representado por  $\Delta x$ , sendo

$$\Delta x = x_2 - x_1, \quad (3.5)$$

de forma que a letra grega maiúscula delta  $\Delta$ , representa variação. Com base na Eq. (3.5), podemos notar que quando a posição  $x_2$  for menor que  $x_1$ , o deslocamento será negativo, fazendo-se necessário utilizar o sinal de negativo,  $(-)$ . Caso contrário o movimento será positivo, neste caso não é obrigatório o uso do sinal  $(+)$  na frente do resultado do cálculo. Quando ignoramos o sinal do deslocamento, ficamos com o módulo do deslocamento como sustentado por Halliday, Resnick e Walker (2012, p. 14). Verifica-se que o deslocamento, por possuir um módulo e uma orientação, é uma grandeza vetorial de acordo com as definições de Nussenzveig (2013, p. 64).

### 3.2.1 A velocidade média no deslocamento unidimensional

A velocidade média de deslocamento leva em consideração o tempo em que a partícula levou para ir da posição  $x_1$  para a posição  $x_2$ , destarte, de acordo com Tipler e Mosca (2009), Halliday, Resnick e Walker (2012) e Nussenzveig (2013), pode-se determinar a velocidade média  $v_{méd}$  por meio da razão do deslocamento efetivo, neste caso representado por  $\Delta x$ , em razão do tempo decorrido de movimento:

$$v_{méd\ x} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1}. \quad (3.6)$$

Observe que a Eq. (3.6) tratará apenas da velocidade vetorial média, isto é evidente pois o deslocamento em questão é analisado sobre o eixo  $x$  tomando como base apenas as posições de início e fim do deslocamento. A unidade de medida para esta grandeza, levando em conta o Sistema Internacional de Unidades (SI), será  $m/s$ . Caso fosse considerado apenas o módulo do somatório de toda a extensão do trajeto percorrido pela partícula, a velocidade em questão converteria-se em velocidade escalar média.

No entanto, o movimento de uma partícula projetada sobre um eixo do plano cartesiano, pode ser acelerado ou uniforme. Considerando que o movimento seja retilíneo uniforme, chamando  $v_{méd}$  de  $v$ ,  $t_2$  de um instante  $t$  qualquer e  $t_1$  correspondendo ao tempo inicial  $t_0$ , onde

$$x(t_0) = x_0 \text{ (posição inicial)}, \quad (3.7)$$

Nussenzveig (2013, p. 43) define a “lei horária” do Movimento Retilíneo Uniforme (MRU) como:

$$x(t) = x_0 + v(t - t_0). \quad (3.8)$$

### 3.3 Velocidade instantânea

Durante o deslocamento da partícula, a grandeza velocidade média não contempla os momentos em que o corpo cessa seu movimento ou muda a intensidade do módulo de sua

velocidade. Com isso, um corpo que movimenta-se com diferentes velocidades durante seu trajeto, apresentará diferentes velocidades médias para diferentes variações de instantes de tempo. Por exemplo, considerando que um certo corpo movimenta-se aumentando constantemente sua velocidade onde  $x_0 = (x_1 - 3) = (x_2 - 12) = (x_3 - 27) = (x_4 - 48)$  e  $t_0 = (t_1 - 1) = (t_2 - 2) = (t_3 - 3) = (t_4 - 4)$  tem-se que

$$v_{01} \neq v_{12} \neq v_{23} \neq v_{34} \quad (3.9)$$

$$\frac{x_1 - x_0}{t_1 - t_0} \neq \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \neq \frac{x_3 - x_2}{t_3 - t_2} \neq \frac{x_4 - x_3}{t_4 - t_3}. \quad (3.10)$$

Uma grandeza mais interessante para estudo do movimento é a velocidade instantânea,  $\mathbf{v}$ , que pode ser obtida a partir da velocidade média. No movimento unidimensional, Symon (1996, p. 22) afirma que pode-se definir o componente x da velocidade,  $v_x$ , no tempo t como<sup>1</sup>

$$v_x = \dot{x} = \frac{dx}{dt}, \quad (3.11)$$

e, similarmente, pode-se estender a definição para os outros eixos do plano cartesiano:

$$v_y = \dot{y} = \frac{dy}{dt} \text{ e } v_z = \dot{z} = \frac{dz}{dt}. \quad (3.12)$$

Com estas generalizações, para uma partícula em movimento em um sistema de referência cartesiano e em três dimensões, a posição pode ser definida por:

$$\mathbf{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z} \longleftrightarrow \mathbf{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} \quad (3.13)$$

e a velocidade instantânea,  $\mathbf{v}$ ,

$$\mathbf{v} = \dot{\mathbf{r}} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}. \quad (3.14)$$

### 3.4 Aceleração média e aceleração instantânea

Tendo em mente que no deslocamento descrito anteriormente a partícula apresenta diferentes velocidades para cada pequena variação de tempo, Tipler e Mosca (2009, p. 35) argumentam que um objeto cuja velocidade varia conforme o tempo, está acelerado. Ainda segundo os autores, a aceleração média  $\mathbf{a}_{méd}$ , para uma certa variação de tempo  $\Delta t$ , é definida pela razão da variação da velocidade  $\Delta \mathbf{v}$ , em função da variação do tempo:

$$\mathbf{a}_{méd} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}. \quad (3.15)$$

<sup>1</sup>Para representar a derivada em função do tempo  $d/dt$ , pode ser utilizada a notação do ponto como apresentada por Symon (1996, p. 22), aplicada as componentes x, y e z, como exposto nas Eqs. (3.11) e (3.12).

Assim como a velocidade pode variar conforme o tempo, a aceleração também pode mudar sua intensidade em função do tempo. A aceleração instantânea,  $\mathbf{a}$ , é dada por:

$$\mathbf{a} = \dot{\mathbf{v}} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}, \quad (3.16)$$

cujas componentes escalares no sistema cartesianos são:

$$\begin{aligned} a_x &= \dot{v}_x = \frac{dv_x}{dt} = \ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}, \\ a_y &= \dot{v}_y = \frac{dv_y}{dt} = \ddot{y} = \frac{d^2y}{dt^2}, \\ a_z &= \dot{v}_z = \frac{dv_z}{dt} = \ddot{z} = \frac{d^2z}{dt^2}. \end{aligned} \quad (3.17)$$

### 3.5 Movimento Retilíneo Uniformemente Acelerado

Pela definição de Nussenzveig (2013), um movimento retilíneo chama-se *uniformemente acelerado* quando a aceleração instantânea é constante em qualquer unidade de tempo. Considerando que o movimento esteja ocorrendo ao longo de um dos eixos  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{y}$  ou  $\mathbf{z}$  tem-se que  $a_x = a$ ,  $a_y = 0$  e  $a_z = 0$ , então  $v_x = v$ ,  $v_y = 0$  e  $v_z = 0$ . De modo que:

$$a = \frac{dv}{dt}. \quad (3.18)$$

Ao multiplicar a Eq. (3.18) por  $dt$  em ambos os lados, obtém-se, segundo Symon (1996), a expressão para a variação da velocidade em uma variação infinitesimal de tempo:

$$dv = a dt. \quad (3.19)$$

Integrando ambos os lados da Eq. (3.19), com os limites inferiores de integração sejam o tempo inicial, assumido como zero, e a velocidade inicial correspondente  $v_0$ , e os limites superiores correspondentes ao tempo  $t$  e a respectiva velocidade  $v$ . Desta forma, tem-se:

$$\begin{aligned} \int_{v_0}^v dv &= \int_0^t a dt, \\ v - v_0 &= a \cdot t, \\ v &= v_0 + a \cdot t. \end{aligned} \quad (3.20)$$

A Eq. (3.20) representa a função horária da velocidade em função do tempo para uma partícula com aceleração constante.

De acordo com a definição da velocidade dada pela Eq. (3.11), podemos aplicá-la em (3.20), então

$$v = \frac{dx}{dt} = v_0 + a \cdot t. \quad (3.21)$$

Multiplicando a equação mais uma vez por  $dt$  em ambos os lados e realizando sua integração com os limites inferiores de integração sejam o tempo inicial, assumido como zero, e a posição inicial correspondente  $x_0$ , e os limites superiores correspondentes ao tempo  $t$  e a respectiva posição  $x$ , tem-se:

$$\begin{aligned} \int_{x_0}^x dx &= \int_0^t (v_0 + a \cdot t) dt, \\ x - x_0 &= v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2, \\ x &= x_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2. \end{aligned} \quad (3.22)$$

A Eq. (3.22) representa a famosa lei horária do Movimento Uniformemente Variado (MUV) em função dos valores iniciais  $x_0$  e  $v_0$  da posição e velocidade no instante  $t_0$ .

As Eqs. (3.20) e (3.22) representam o modelo matemático básico para o movimento de uma partícula quando a aceleração é constante, de modo que podemos realizar combinações entre elas para obter outras funções horárias de movimento que independem de certas grandezas. Por meio da Eq. (3.20), reescrevendo-na em função do tempo,

$$t = \frac{v - v_0}{a} \quad (3.23)$$

e aplicando na Eq. (3.22), obtemos a equação que independe do tempo  $t$ , sendo conhecida como *Equação de Torricelli*

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x. \quad (3.24)$$

As Eqs. (3.20), (3.22) e (3.24) são expressões úteis para resolver problemas simples de movimento uniformemente variado e amplamente difundidas nas aulas de Física do Ensino Médio. Nas seções seguintes, vamos discutir o comportamento da partícula quando submetida a situações próximas da realidade em que forças dissipativas atuam no corpo em movimento.

### 3.6 Lançamento de projéteis

Ao estudarmos o movimento de lançamento de partículas sob ação da força de atração gravitacional constante no ensino médio, de forma a abordar os conceitos iniciais da composição do movimento, o estudo é limitado a deslocamentos sem ação de forças dissipativas com o intuito de delimitar o estudo de cinemática e dinâmica, sendo nomeada essa temática de lançamento oblíquo e horizontal de projéteis. Por muitas das vezes, essa estratégia de ensino gera confusão para o estudante devido ao fato de que a descrição do movimento, apresentada no livro didático,

possuir certo grau de discrepância em relação ao conhecimento empírico da realidade vivenciada.

Nesta seção analisaremos o movimento de lançamento de projéteis considerando as forças dissipativas no meio. Começaremos pela definição da força de arrasto, em sequência veremos como esta força atua em um objeto esférico em queda livre e em deslocamento horizontal. Após compreender o funcionamento do movimento com a presença do atrito, passaremos à análise para os corpos em situação de projeção.

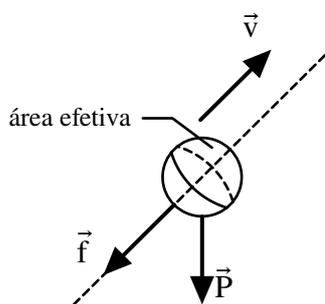
### 3.6.1 Força de arrasto linear

Por conhecimento empírico, ao projetarmos a mão para fora da janela de um veículo em movimento, observa-se a uma força de resistência atuando sobre ela, proveniente de sua interação com o ar. Esta força resistiva apresenta sentido oposto ao da velocidade da mão, e depende do módulo da velocidade com que o objeto desloca-se em relação ao ar, neste caso, a mão se move no meio resistivo.

Segundo Taylor (2013), para deslocamentos com velocidades menores que a velocidade do som, o módulo da força de resistência pode ser modelado de forma aceitável como sendo composta por duas componentes: uma é a força de arrasto viscoso, também conhecida como arrasto linear, associada à potência unitária do módulo de  $v$ , e a outra é a força de arrasto inercial, denominada de arrasto quadrático, associada à potência quadrática de  $v$ .

Assim, ao lançar um corpo, podemos teorizar, com boa aproximação, que este ficará submetido apenas à força peso ( $\vec{P}$  ou  $\vec{F}_g$ ) oriunda da interação com o campo gravitacional constante e a força de arrasto ( $\vec{f}$ ) como demonstra a Figura 3.2.

**Figura 3.2** – Representação vetorial da velocidade e forças atuante em um corpo esférico em situação de lançamento.



Fonte: Autoria própria.

O módulo da força peso  $|\vec{P}|$  é representada por

$$P = mg, \quad (3.25)$$

enquanto a força de arrasto  $\vec{f}$  é dada pela expressão:

$$\vec{f} = -f(v)\hat{v}, \quad (3.26)$$

de modo que o sinal de negativo surge pelo fato da força apresentar sentido oposto à velocidade e  $\hat{v}$  denota um vetor unitário na direção de  $v$  dado por  $\hat{v} = \vec{v}/|\vec{v}|$ . Assim, “A função  $f(v)$  que fornece a magnitude da resistência do ar varia com  $v$  de forma complicada, especialmente quando a velocidade do objeto se aproxima da velocidade do som.” (TAYLOR, 2013, p. 44). Ainda segundo o autor, para velocidades abaixo da velocidade do som, uma boa aproximação desta força é dada por

$$\vec{f} = -bv\hat{v} - cv^2\hat{v}, \quad (3.27)$$

conforme comentamos. Os componentes da equação 3.27,  $bv$  e  $cv^2$ , representam, respectivamente, os termos linear e quadrático do arrasto, com o termo  $b$  sendo dependente da viscosidade do meio e do comprimento linear do corpo; enquanto o termo  $c$  está associado à densidade do fluido e à área de secção reta do corpo. Temos essa confirmação perante a afirmação de Taylor (2013).

As origens físicas desses dois termos são completamente diferentes: o termo linear,  $f_{lin}$ , surge a partir do arrasto viscoso do meio e é geralmente proporcional viscosidade do meio e do comprimento linear do projétil. O termo quadrático,  $f_{quad}$ , surge do fato de que o projétil tem que acelerar a massa de ar com a qual ele está continuamente colidindo;  $f_{quad}$  é proporcional à densidade do meio e à área da seção transversal do projétil. (TAYLOR, 2013, p. 44)

Os coeficientes  $b$  e  $c$ , para projéteis esféricos, podem ser expressos por

$$b = \beta D \quad e \quad c = \gamma D^2, \quad (3.28)$$

sendo que  $D$  corresponde ao diâmetro da esfera e os coeficientes  $\beta$  e  $\gamma$  dependem da natureza do meio de modo que  $b$  e  $c$  apresentam dimensões de  $\text{kg/s}$  e  $\text{kg/m}$  respectivamente. Para o movimento de um corpo esférico no ar sob condições normais de temperatura e pressão, TAYLOR apresenta valores aproximados para tais coeficientes:

$$\beta = 1,6 \times 10^{-4} \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2 \quad (3.29)$$

$$\gamma = 0,25 \text{ N}\cdot\text{s}^2/\text{m}^4. \quad (3.30)$$

Com isso, ao lançar um objeto, este estará sujeito aos dois tipos de arrasto, porém haverá momentos que um tipo de arrasto irá predominar sobre o outro e, portanto, não será necessário trabalhar com os dois tipos simultaneamente. Mas, quando utilizaremos apenas a equação do arrasto linear?

Ao efetuar a razão do arrasto quadrático pelo arrasto linear,

$$\frac{f_{\text{quad}}}{f_{\text{lin}}} = \frac{cv^2}{bv} = \left(1,56 \times 10^3 \frac{\text{s}}{\text{m}^2}\right) Dv, \quad (3.31)$$

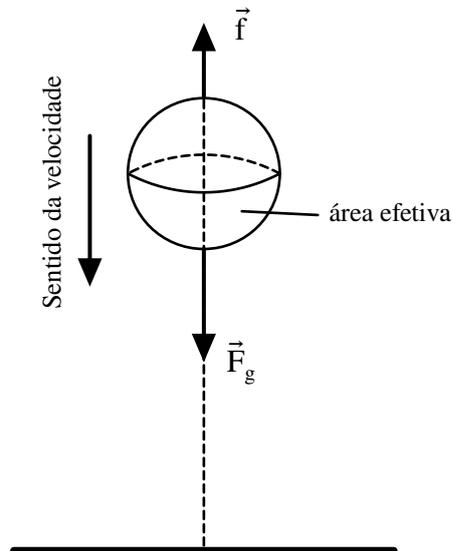
obtem-se a amplitude do arrasto predominante, de modo que se o valor desta razão for acima de 100, o arrasto quadrático terá predominância muito superior ao linear, caso o resultado esteja entre 1 e 100, será necessário trabalhar com os dois tipos de arrasto simultaneamente, e na instância do valor ser muito menor que 1, o arrasto linear irá prevalecer.

Todavia, é possível afirmar que, para que o arrasto linear seja predominante, é necessário que o diâmetro do corpo seja muito pequeno e/ou a velocidade seja muito baixa.

### 3.6.2 Movimento vertical com arrasto linear

Para o caso de uma partícula que é abandonada no ar, o movimento será unidimensional sobre o eixo das ordenadas conforme a Figura 3.3, com isso o corpo ficará sob ação da aceleração gravitacional  $\vec{F}_g$  (ou  $\vec{P}$ ) em um deslocamento próximo a superfície terrestre, de tal modo que a variação da aceleração gravitacional será mínima, podendo ser desprezada, ou seja, nos referimos ao campo gravitacional constante,  $g = \text{constante}$ .

**Figura 3.3** – Representação das forças que atuam sobre um corpo esférico em queda em um campo gravitacional constante e sobre o qual atua uma força de arrasto.



Fonte: Autoria própria.

Considerando que na Figura 3.3, a dimensão da área efetiva da esfera é infimamente pequena em relação à área efetiva de uma gota de chuva, por exemplo, o arrasto quadrático acaba sendo desconsiderado, assim a força de arrasto será dado por

$$\vec{f} = -bv\hat{v}. \quad (3.32)$$

À medida que o corpo desloca-se em queda livre, a força de arrasto linear aumenta em decorrência do aumento da velocidade até o momento em que o corpo alcança uma situação tal que se move com velocidade constante denominada velocidade terminal<sup>1</sup> ( $v_{\text{ter}}$ ). Nestas condições, quando o somatório de todas as forças que atuam sobre o corpo, que são  $\vec{F}_r = \vec{F}_g + \vec{f}$ , é nulo,

$$\sum \vec{F} = 0. \quad (3.33)$$

Adotando um sistema cartesiano, estando o eixo y positivo associado ao sentido de deslocamento para cima, a aplicação da Segunda Lei de Newton a este problema resultará em uma equação vetorial para a qual a componente y do movimento será dada pela seguinte equação:

$$m\dot{v}_y = -mg - bv_y, \quad (3.34)$$

a aceleração  $\dot{v}$  será nula no instante em que a força de arrasto linear se igualar a força gravitacional durante o movimento de queda livre:

$$f = F_g. \quad (3.35)$$

Realizando as substituições e operações adequadas obtém-se:

$$bv_{\text{ter}} = -mg, \quad (3.36)$$

$$v_{\text{ter}} = -\frac{mg}{b}. \quad (3.37)$$

Como a expressão  $m/b$  é uma constante, podemos abreviá-la chamando-na simplesmente de  $\tau$ , constante que possui unidade de tempo. Com estes ajustes, a velocidade terminal é dada por

$$v_{\text{ter}} = -\tau g. \quad (3.38)$$

### 3.6.2.1 Aceleração resultante no movimento de queda sujeito ao arrasto

Usando o mesmo sistema de referência adotado anteriormente, empregando as Leis de Newton e retornando à componente y para a expressão da Segunda Lei de Newton, temos:

$$m \cdot \frac{dv_y}{dt} = -mg - b \cdot v_y. \quad (3.39)$$

Isolando a aceleração,

$$\frac{dv_y}{dt} = -g - \frac{b}{m} \cdot v_y, \quad (3.40)$$

<sup>1</sup>Segundo (KNIGHT, 2009, p. 170), “A velocidade para a qual existe um exato cancelamento da força de arrasto, exercida para cima, com a força da gravidade, exercida para baixo, que faz com que o objeto caia sem aceleração é chamada de velocidade terminal”.

sendo  $\tau = \frac{m}{b}$ , obtêm-se:

$$\frac{dv_y}{dt} = -g - \frac{v_y}{\tau} \quad (3.41)$$

$$|\vec{a}_y| = -g - \frac{v_y}{\tau}. \quad (3.42)$$

A Eq. (3.42) representa a relação da aceleração resultante dada pela diferença entre a aceleração gravitacional e a aceleração de arrasto.

### 3.6.2.2 Velocidade em função do tempo para a queda com arrasto linear

O procedimento adotado para se obter a equação horária para a velocidade será similar ao já executado anteriormente, na Seção 3.5. Antes de prosseguir, seja multiplicar ambos os lados da Eq. (3.41) por  $\tau$ :

$$\tau \frac{dv_y}{dt} = -\tau g - v_y. \quad (3.43)$$

Na tentativa de obter  $v(t)$ , podemos, na Eq. (3.43), realizar uma substituição de variáveis de modo que:

$$u = v_y + \tau g, \quad (3.44)$$

sendo  $u$  uma variável que depende tanto de  $t$  quanto de  $v$ . Ao realizarmos a derivada temporal da Eq. (3.44), obtemos

$$\frac{du}{dt} = \frac{dv_y}{dt}. \quad (3.45)$$

Aplicando (3.44) e (3.45) na Eq. (3.43) obtemos

$$\tau \frac{du}{dt} = -u. \quad (3.46)$$

Realizando o procedimento de separação de variáveis na Eq. (3.46), obtêm-se:

$$\frac{du}{u} = -\frac{dt}{\tau}. \quad (3.47)$$

Integrando a Eq. (3.47), tomando como limites de integração à esquerda da igualdade  $(u_0, u)$  e à direita  $(0, t)$ :

$$\int_{u_0}^u \frac{du}{u} = -\frac{1}{\tau} \int_0^t dt$$

chega-se em:

$$\ln \left( \frac{u}{u_0} \right) = -\frac{t}{\tau}. \quad (3.48)$$

Em Eq. (3.48), isola-se  $u$ , assim

$$u = u_0 e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (3.49)$$

substituindo  $u$  (ver Eq. (3.44)) na equação anterior, mas considerando o fato de que  $u(0) = u_0 = (v_{y_0} + \tau g)$ , alcança-se:

$$v_y(t) + \tau g = (v_{y_0} + \tau g) e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (3.50)$$

Ao se organizar a Eq. (3.50), temos

$$v_y(t) = -\tau g + (v_{y_0} + \tau g) e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (3.51)$$

que corresponde à função horária da velocidade com arrasto.

Para verificar se a Eq. (3.51) corresponde realmente à função horária da velocidade, podemos realizar alguns testes em situações limites. Espera-se, por exemplo, que para um intervalo de tempo muito grande, a velocidade permaneça constante pois esta deve se aproximar gradativamente da velocidade terminal. Inicialmente, vamos considerar que  $v_{y_0} = 0$  e reescrevendo a Eq. (3.51), temos:

$$v_y(t) = -\tau g \left( 1 - \frac{1}{e^{\frac{t}{\tau}}} \right). \quad (3.52)$$

Levando em consideração que  $\tau$  corresponde a um valor finito positivo, observe que no instante  $t = 0$ , a velocidade  $v_y(0)$  também será zero. Além disso, à medida que o tempo aumenta, tendendo ao infinito, a velocidade final tende à velocidade terminal. De fato, isso está de acordo com o previsto na Eq. (3.37), a qual atesta que a velocidade máxima é obtida no instante em que a força de arrasto se iguala a força gravitacional em um tempo finito.

Outra forma de verificar a razoabilidade da Eq. (3.51) é zerando o atrito, o que equivale a fazer com que  $b$  tenda a zero e a partícula se movimente como se estivesse sobre a ação apenas da força peso. Quando  $b \rightarrow 0$ ,  $\tau$  tende ao infinito. Se aplicarmos  $\tau \rightarrow \infty$  na Eq. (3.51), temos a oportunidade de avaliar o comportamento da expressão para a velocidade por meio da expansão do termo exponencial presente na expressão Eq. (3.51) em série de Taylor, cuja relação de recorrência é dada na Eq. (3.53).

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!} (x - a)^n, \quad (3.53)$$

Retendo os termos até primeira ordem,  $n = 1$ , da expansão de  $e^{-\frac{t}{\tau}}$  realizada em torno de  $a = 0$  uma vez que o termo exponencial é pequeno para  $b \rightarrow 0$ , e lembrando que  $v_{ter} = \tau g$ , obtém-se:

$$v_y(t) = v_{y_0} - \frac{v_{y_0} t}{\tau} - gt. \quad (3.54)$$

Quando  $\tau \rightarrow \infty$ , temos:

$$v_y(t) = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \left( v_{y_0} - \frac{v_{y_0} t}{\tau} - gt \right). \quad (3.55)$$

Resultado na Eq. (3.56)

$$v_y(t) = v_{y_0} - gt. \quad (3.56)$$

Observe que a Eq. (3.56) corresponde à função horária da velocidade definida anteriormente pela Eq. (3.20) na página 43, ou seja, nos estágios iniciais do movimento quando a força de arrasto é tão pequena que podemos considerá-la desprezível, o movimento é classificado como MUV, conforme esperado. Com isso verifica-se que realmente a Eq. (3.51) descreve a velocidade de um projétil sob ação de forças dissipativas.

### 3.6.2.3 Posição $y$ em função do tempo para a queda com arrasto linear

Como visto na Seção 3.5, ao integrar a equação da velocidade determinamos a equação da posição. Desta forma, repetindo o procedimento, integraremos a Eq. (3.51), mas antes é necessário multiplicá-la por  $dt$  em ambos os lados e considerar como limites de integração  $y_0$  quando  $t_0 = 0$  e  $y$  para um tempo  $t$ , com isso temos:

$$\int_{y_0}^y dy = \int_0^t \left[ -\tau g + (v_{y_0} + \tau g) e^{-\frac{t}{\tau}} \right] dt$$

$$y = y_0 - \tau g t - \tau (v_{y_0} + \tau g) \left( e^{-\frac{t}{\tau}} - 1 \right). \quad (3.57)$$

Novamente, façamos a análise da Eq. (3.57) em situações limites para assegurar que ela descreve adequadamente o comportamento da posição do corpo em função do tempo, usando os casos limites discutidos na seção anterior. Iniciando com a expansão em série de Taylor do termo exponencial,  $e^{-\frac{t}{\tau}}$ , é útil para investigar o comportamento da Eq. (3.57) quando a força de atrito tende a zero, fazendo com que  $\tau \rightarrow \infty$ . É esperado que após este procedimento encontremos a função horária da posição como determinado pela Eq. (3.22).

Após a expansão do termo exponencial, é importante reter termos até segunda ordem no tempo, pois realizar a expansão de Taylor apenas até a primeira ordem não será suficiente para análise. Isso ocorre porque a posição dependerá apenas da velocidade inicial e, neste caso, para o movimento de queda com a velocidade inicial nula, restará apenas a dependência da posição inicial. Sendo assim, o corpo nunca se deslocará, o que não faz sentido, pois mesmo que o atrito viscoso seja nulo, ele está sujeito à ação da força gravitacional. Portanto, faremos a expansão até segunda ordem, esperando encontrar a função horária do espaço sem atrito. Aplicando a

expansão na Eq. (3.57), temos:

$$y = y_0 + v_{y0}t - \frac{v_{y0}t^2}{2\tau} - \frac{gt^2}{2}. \quad (3.58)$$

Considerando que  $b \approx 0$  temos que  $\tau \rightarrow \infty$ , assim aplicando o limite na equação anterior, temos:

$$y = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \left( y_0 + v_{y0} \cdot t - \frac{v_{y0}}{2\tau} \cdot t^2 - \frac{g \cdot t^2}{2} \right) \quad (3.59)$$

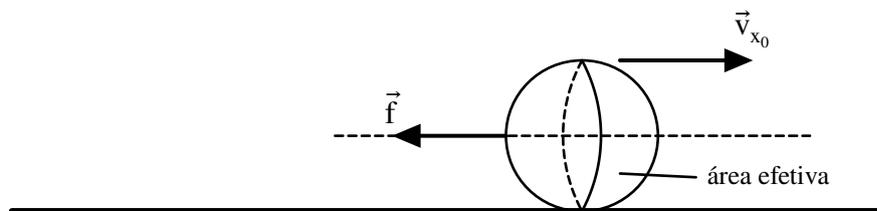
$$y = y_0 + v_{y0}t - \frac{gt^2}{2}. \quad (3.60)$$

Observe que a Eq. (3.60) corresponde exatamente a Eq. (3.22) que determina a posição de um corpo com ausência de forças dissipativas, com isso conclui-se que a Eq. (3.57) é válida para objetos em queda e em circunstâncias nas quais o atrito viscoso linear seja considerado. Caso o movimento seja invertido, de modo que o projétil seja lançado verticalmente para cima, a força de arrasto terá o mesmo sentido que a força gravitacional e será oposta ao sentido da velocidade. Deste modo, para a Eq. (3.57), basta trocar o sinal da aceleração gravitacional de modo que a função corresponda ao lançamento para cima. Este mesmo procedimento pode ser feito para as Eqs. (3.42) e (3.51) que determinam a aceleração e a velocidade resultante em função do tempo do projétil.

### 3.6.3 Movimento horizontal sob a influência do arrasto linear

Para analisar este movimento, vamos considerar as mesmas especificidades do corpo que foram empregadas para discussão sobre o problema de movimento vertical. Com o intuito de estudarmos o comportamento desta partícula sobre ação unicamente da força de arrasto, vamos considerar que ela seja lançada horizontalmente com uma velocidade inicial que chamaremos de  $v_{x0}$ , sobre uma superfície plana e sem atrito como exposto pela Figura 3.4.

**Figura 3.4** – Representação da força de arrasto viscoso em função da velocidade sobre um corpo esférico deslocando-se em movimento horizontal.



Fonte: Autoria própria.

Para este deslocamento, a equação de movimento horizontal não dependerá da força gravitacional e o interesse se restringe apenas à componente x da equação vetorial obtida para a aplicação da Segunda Lei de Newton ao movimento, cuja expressão é aquela apresentada na

Eq. (3.61).

$$m \frac{dv_x}{dt} = -bv_x. \quad (3.61)$$

Como a única força que tem componente horizontal atuando sobre o corpo da Figura 3.4 é a força de arrasto  $\vec{f}$ , o movimento será retardado. Para começar, vamos determinar a equação para a aceleração e em sequência as funções para a velocidade e posição da partícula.

### 3.6.3.1 Aceleração resultante no movimento horizontal sujeito ao arrasto linear

Como já sabemos, a força resultante horizontal, neste caso, é unicamente a força de arrasto e esta depende da velocidade que varia constantemente devido justamente à ação contrária da força de arrasto. Assim a aceleração não é constante e nem linear. Podemos determinar sua função por meio da manipulação da Eq. (3.61), qual seja,

$$m \frac{dv}{dt} = -bv.$$

Equação já apresentada na seção anterior. Podemos simplesmente isolar a aceleração e aplicar nossa definição para a constante  $\tau = \frac{m}{b}$  e, assim, teremos a equação diferencial para a aceleração,

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{v}{\tau}. \quad (3.62)$$

### 3.6.3.2 Função horária da velocidade no movimento horizontal sujeito ao arrasto linear

Como de praxe, para encontrarmos a função horária da velocidade, basta reescrever a Eq. (3.62) separando as variáveis integrantes para cada lado da equação e utilizando como limites de integração  $v_{x_0}$  quando  $t_0 = 0$  e  $v_x$  quando o tempo for  $t$ . Assim, temos a equação para a velocidade dada por:

$$\int_{v_{x_0}}^{v_x} \frac{dv}{v} = -\frac{1}{\tau} \int_0^t dt$$

$$v_x = v_{x_0} e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (3.63)$$

Novamente, para sabermos se a Eq. (3.63) é razoável para descrição do correspondente movimento horizontal, analisamos se ela tem o comportamento esperado em situações limites. Podemos, inicialmente, considerar que o atrito é praticamente desprezível, assim  $b \rightarrow 0$  fazendo com que  $\tau \rightarrow \infty$ . Para este comportamento de  $\tau$  na Eq. (3.63), obtém-se que  $v_x = v_{x_0}$  e isso é lógico, devido o fato de não haver atrito, o corpo sempre terá a mesma velocidade para qualquer unidade de tempo. Agora, considerando a presença do atrito, em um tempo igual a zero a velocidade é a mesma que a velocidade inicial, mas à medida que o tempo aumenta a velocidade,  $v_x$  fica menor que  $v_{x_0}$ . Em um caso limite, consideramos que o tempo decorrido tenda ao infinito

$t \rightarrow \infty$ , assim temos que  $v_x \rightarrow 0$ , ou seja, o corpo encontra-se parado em relação ao referencial inercial adotado. Por meio dessas análises, verifica-se que a Eq. (3.63) exibe o comportamento esperado e descreve corretamente a função horária da velocidade.

### 3.6.3.3 Função horária da posição no movimento horizontal sujeito ao arrasto linear

Por meio da integral da Eq. (3.63), tomando como limites de integração  $x_0$  para um tempo inicial nulo e  $x$  para um tempo qualquer  $t$ ,

$$\int_{x_0}^x dx = v_{x_0} \int_0^t e^{-\frac{t}{\tau}} dt,$$

encontramos a função horária da posição expressa por:

$$x = x_0 - v_{x_0} \tau \left( e^{-\frac{t}{\tau}} - 1 \right). \quad (3.64)$$

De forma análoga à equação da velocidade, podemos testar a funcionalidade da Eq. (3.64) considerando que o corpo esteja deslocando-se em um meio de atrito desprezível. Sabemos que nessa circunstância, a consideração de  $\tau \rightarrow \infty$  na Eq. (3.64) requer alguma estratégia de análise para o termo exponencial, visto que este termo está associado a um produto com  $v_{x_0} \tau$ . Portanto, vamos, mais uma vez, recorrer à técnica de expansão do termo  $e^{-\frac{t}{\tau}}$  por meio da série de Taylor em torno de  $t = 0$  e retendo apenas os termos até primeira. Com este procedimento aplicado à Eq. (3.64), obtemos:

$$\begin{aligned} x &= x_0 - v_{x_0} \tau \left( 1 - \frac{t}{\tau} - 1 \right) \\ x &= x_0 + v_{x_0} t, \end{aligned} \quad (3.65)$$

que corresponde à função horária da posição para o movimento retilíneo uniforme como exposto pela Eq. (3.8) na página 41.

Outra situação limite consiste em considerar um tempo muito grande, tendendo ao infinito, mas na presença do arrasto viscoso. Nessa situação, a posição final será dada por:

$$x = x_0 + v_{x_0} \tau, \quad (3.66)$$

para qualquer unidade de tempo posterior. Assim, verificamos que o corpo terá um valor finito de posição final. Este comportamento é logicamente esperado porque, durante o movimento, o corpo é freado em seu deslocamento até que sua velocidade seja nula fazendo com que ele não se mova mais e esteja, portanto, em uma posição finita sobre o eixo  $x$ .

### 3.7 Movimento de Queda Sujeito ao Arrasto Quadrático

A fenomenologia do arrasto quadrático, inserida no contexto da dinâmica de partículas em meios fluidos, representa um desafio analítico e conceitual de relevância fundamental para a compreensão aprofundada dos fenômenos físicos em questão nesta seção. A interação viscosa com o meio, governada por leis complexas que transcendem as simplificações da queda livre clássica, emerge como um componente crítico em sistemas nos quais esta interação entre corpos em movimento e o meio envolvente desempenha um papel preponderante. Neste contexto, exploraremos a intrincada natureza do arrasto quadrático, abordando desde suas formulações matemáticas fundamentais até suas implicações em diversos domínios da física, consolidando, assim, uma perspectiva abrangente que visa enriquecer a compreensão contemporânea das interações fluido-partícula.

#### 3.7.1 Função horária da velocidade no movimento de queda com arrasto quadrático

De acordo com a Eq. (3.31), sabemos que durante o movimento de uma partícula sob a ação de um fluido, no mundo macroscópico, a razão  $\frac{f_{\text{quad}}}{f_{\text{lin}}}$  quase sempre terá valores superiores a mil, determinando a predominância do arrasto quadrático sobre o arrasto linear.

Em nossa análise sobre esta forma de movimento iremos considerar que uma esfera perfeitamente lisa encontra-se em movimento de queda em relação à superfície do planeta de modo que a aceleração gravitacional seja praticamente constante ao longo do deslocamento. Assim, tomando como ponto de partida a equação Eq. (3.27), a parte que corresponde ao arrasto linear será desconsiderada e a força de arrasto será dada por:

$$\vec{f} = -cv^2\hat{v}. \quad (3.67)$$

Observe novamente a Figura 3.3 localizada na Subseção 3.6.2. Durante a queda da esfera, a força peso,  $\vec{F}_g$  (ou  $\vec{P}$ ), inicialmente irá acelerar o corpo enquanto a força de arrasto  $\vec{f}$  atuará para freia-lo. Para estudo do movimento, adotaremos novamente um sistema de eixo cartesiano para o qual o eixo  $y$  é positivo para cima. Sendo assim, o movimento vertical para cima terá valores positivos enquanto em sentido contrário será negativo.

Aplicando as Lei de Newton para este caso, temos:

$$\vec{F}_R = \vec{P} + \vec{f} \quad (3.68)$$

$$-m\frac{dv'}{dt} = -mg + cv'^2. \quad (3.69)$$

Observe que na Eq. (3.69) a força resultante possui o mesmo sinal que a força peso

devido o fato dela possuir a mesma direção e sentido. Como a força de arrasto é uma função da velocidade, considerando hipoteticamente que o movimento de queda seja bastante duradouro, haverá um momento em que a força de arrasto assumirá o mesmo módulo da força de atração gravitacional, o que nos fornece  $f = F_g$ . No instante em que a igualdade ocorrer, o corpo alcançará o que se denomina velocidade terminal, que pode ser expressa como:

$$v_{\text{ter}} = \sqrt{\frac{mg}{c}}. \quad (3.70)$$

Antes de atingir este regime de movimento com velocidade terminal, o objeto irá partir do repouso e aumentar sua velocidade gradativamente. Para obter o comportamento da aceleração, velocidade e posição desta massa até atingir a velocidade terminal, é necessário solucionar a Eq. (3.69). Por se tratar de um procedimento matemático elaborado, a obtenção da função horária do movimento da partícula sob arrasto quadrático será descrita de forma detalhada.

Iniciando o procedimento, podemos, na Eq. (3.69), colocar  $c$  em evidência da seguinte maneira:

$$\frac{dv'}{dt} = \frac{c}{m} \left( \frac{mg}{c} - v'^2 \right). \quad (3.71)$$

Realizando a separação de variáveis, aplicando a integral definida em ambos os lados da Eq. (3.71), considerando que a velocidade inicial é zero para o tempo inicial zero, temos:

$$\int_0^v \frac{dv'}{\left( \frac{mg}{c} - v'^2 \right)} = \frac{c}{m} \int_0^t dt. \quad (3.72)$$

Utilizando a seguinte substituição:

$$a = \frac{mg}{c} \quad \text{e} \quad v^2 = a \cdot u^2 \quad (3.73)$$

tem-se:

$$v = u\sqrt{a} \quad (3.74)$$

$$dv' = \sqrt{a} du \quad (3.75)$$

$$\gamma = \frac{c}{m}. \quad (3.76)$$

Por meio da Eq. (3.74), podemos estabelecer os limites de integração para  $\int du$ , de modo

que  $u = v/\sqrt{a}$ . Aplicando Eqs. (3.74) a (3.76) em Eq. (3.72):

$$\int_0^{\frac{v}{\sqrt{a}}} \frac{\sqrt{a} \, du}{a - a \cdot u^2} = \gamma t. \quad (3.77)$$

Simplificando a Eq. (3.77), tem-se:

$$\frac{1}{\sqrt{a}} \int_0^{\frac{v}{\sqrt{a}}} \frac{du}{1 - u^2} = \gamma t. \quad (3.78)$$

$$\frac{1}{\sqrt{a}} \int_0^{\frac{v}{\sqrt{a}}} \frac{du}{(1 - u)(1 + u)} = \gamma t. \quad (3.79)$$

Para realizar o cálculo da integral da Eq. (3.79), será aplicado o método de integração por fração parcial:

$$\frac{1}{(1 - u)(1 + u)} = \frac{A}{(1 + u)} + \frac{B}{(1 - u)}$$

$$\frac{1}{(1 - u)(1 + u)} = \frac{1(A + B) + u(-A + B)}{(1 - u)(1 + u)}.$$

Realizando a comparação de ambos os lados da expressão conclui-se que a igualdade exige que:

$$\begin{cases} A + B = 1 \\ -A + B = 0, \end{cases} \quad (3.80)$$

obtendo como solução que  $A = B = \frac{1}{2}$ . Levando este resultado na Eq. (3.79), obtemos:

$$\frac{1}{2\sqrt{a}} \left( \int_0^{\frac{v}{\sqrt{a}}} \frac{du}{(1 - u)} + \int_0^{\frac{v}{\sqrt{a}}} \frac{du}{(1 + u)} \right) = \gamma t. \quad (3.81)$$

Integrando a Eq. (3.81):

$$\frac{1}{2\sqrt{a}} [-\ln(1 - u) + \ln(1 + u)] \Big|_0^{\frac{v}{\sqrt{a}}} = \gamma t \quad (3.82)$$

Aplicando a propriedade da soma e subtração aos logaritmos em Eq. (3.82) e isolando a função logarítmica, temos:

$$\ln \left( \frac{1+u}{1-u} \right) \Big|_0^{\frac{v}{\sqrt{a}}} = 2\sqrt{a} \gamma t. \quad (3.83)$$

Para facilitar os cálculos, consideremos que  $\lambda = \sqrt{a} \gamma t$ , temos:

$$\ln \left( \frac{1+u}{1-u} \right) \Big|_0^{\frac{v}{\sqrt{a}}} = 2\lambda \quad (3.84)$$

$$\frac{1+u}{1-u} \Big|_0^{\frac{v}{\sqrt{a}}} = e^{2\lambda} \quad (3.85)$$

Colocando em evidência a variável  $u$  da Eq. (3.85):

$$u \Big|_0^{\frac{v}{\sqrt{a}}} = \frac{(e^{2\lambda} - 1)}{(e^{2\lambda} + 1)}. \quad (3.86)$$

Multiplicando a Eq. (3.86) por  $\frac{e^{-\lambda}}{e^{-\lambda}}$ , obtém-se:

$$u \Big|_0^{\frac{v}{\sqrt{a}}} = \frac{(e^\lambda - e^{-\lambda})}{(e^\lambda + e^{-\lambda})}. \quad (3.87)$$

Pela definição matemática, sabe-se que:

$$\tanh(x) = \frac{(e^x - e^{-x})}{(e^x + e^{-x})}, \quad (3.88)$$

então

$$u \Big|_0^{\frac{v}{\sqrt{a}}} = \tanh(\lambda). \quad (3.89)$$

Substituindo os limites de integração e retornando as variáveis originais para a Eq. (3.89) obtém-se:

$$v = \sqrt{\frac{mg}{c}} \tanh \left( \sqrt{\frac{cg}{m}} t \right). \quad (3.90)$$

Para verificar se realmente a Equação 3.90 corresponde à função horária da velocidade no movimento de queda livre, iremos considerar esse movimento ocorrendo em um cenário onde o coeficiente de atrito,  $c$ , possui amplitude praticamente nula. Para realizar tal procedimento, faremos primeiramente a expansão da equação até primeira ordem em torno de  $t = 0$ :

$$v(0) = \frac{\sqrt{\frac{mg}{c}} \tanh \left( \sqrt{\frac{cg}{m}} 0 \right) (t-0)^0}{0!} + \frac{g \operatorname{sech}^2 \left( \sqrt{\frac{cg}{m}} 0 \right) (t-0)^1}{1!},$$

e obtemos

$$v(0) = gt \quad (3.91)$$

que corresponde à função horária da velocidade em queda livre sem o atrito. Outra forma de testar a Eq. (3.90), é considerar que o tempo em questão tende ao infinito,

$$v = \sqrt{\frac{mg}{c}} \lim_{t \rightarrow \infty} \left[ \tanh \left( \sqrt{\frac{cg}{m}} t \right) \right] \quad (3.92)$$

$$v = \sqrt{\frac{mg}{c}}.$$

O resultado apresentado pela Eq. (3.92) é, neste caso, a velocidade terminal como apresentado pela Eq. (3.70). Assim verifica-se que a Eq. (3.90) corresponde realmente à função horária da velocidade no movimento de queda livre com arrasto quadrático.

### 3.7.2 Função horária da posição com arrasto quadrático

Como já sabemos, a velocidade de um móvel é resultado da derivada do espaço em função do tempo  $\left( v = \frac{dy}{dt} \right)$ , com isso, aplicando tal definição na Eq. (3.90) de modo a realizar a separação de variáveis e aplicar a antiderivada, temos o seguinte:

$$\int_{y_0}^y dy' = \int_0^t \sqrt{\frac{mg}{c}} \tanh \left( \sqrt{\frac{cg}{m}} t' \right) dt'. \quad (3.93)$$

Nesta equação iremos recorrer novamente a uma substituição, definindo que:

$$u = \sqrt{\frac{cg}{m}} t \quad (3.94)$$

$$dt' = \sqrt{\frac{m}{cg}} du. \quad (3.95)$$

Aplicando a proposição acima na Eq. (3.93), temos:

$$\int_{y_0}^y dy' = \int_0^t \sqrt{\frac{mg}{c}} \sqrt{\frac{m}{cg}} \tanh(u) du = \frac{m}{c} \int_0^t \tanh(u) du. \quad (3.96)$$

Pela definição de integral de funções hiperbólicas- tem-se:

$$\int \tanh(x) dx = \ln(\cosh(x)) + c,$$

sendo assim temos como resultado da integração de Eq. (3.96)

$$y = y_0 + \frac{m}{c} \cdot \ln \left[ \cosh \left( \sqrt{\frac{cg}{m}} \cdot t \right) \right]. \quad (3.97)$$

Novamente, para verificar se a equação obtida corresponde à função horária da posição para o movimento de queda na presença de arrasto quadrático, podemos realizar alguns testes de modo a aplicar valores extremos a variável do coeficiente de atrito e para o tempo. Mas antes faremos uma expansão da equação até segunda ordem em torno de  $t = 0$ :

$$y(t) = \frac{\left\{ y_0 + \frac{m}{c} \ln \left[ \cosh \left( \sqrt{\frac{cg}{m}} \cdot 0 \right) \right] \right\} (t - 0)^0}{0!} + \frac{\left[ \sqrt{\frac{mg}{c}} \tanh \left( \sqrt{\frac{cg}{m}} \cdot 0 \right) \right] (t - 0)^1}{1!} + \frac{g \operatorname{sech}^2 \left( \sqrt{\frac{cg}{m}} \cdot 0 \right) (t - 0)^2}{2!},$$

e obtemos:

$$y = y_0 + \frac{gt^2}{2}, \quad (3.98)$$

que corresponde à equação da posição em queda livre para um corpo que é abandonado de uma altura  $y_0$ .

Se considerarmos, na Eq. (3.97), que o tempo tende ao infinito, a posição tenderá para  $-\infty$  da mesma forma que ocorreria ao realizar o mesmo procedimento para a equação da posição sem o arrasto quadrático, o que nos permite concluir que a Eq. (3.97) corresponde à equação da posição para o movimento de queda livre sob arrasto quadrático.

### 3.8 Plano inclinado

O estudo do plano inclinado é de suma importância no âmbito da Física, notadamente no domínio da Mecânica Clássica. O objetivo primordial reside na análise aprofundada das forças atuando bem como o movimentos resultante que se manifestam quando um corpo é posicionado sobre uma superfície inclinada em relação à horizontal.

A abordagem desse cenário permite a aplicação e a exemplificação de princípios fundamentais da cinemática e da dinâmica. Nesse contexto, torna-se possível discernir os mecanismos que regem o movimento ao longo do plano inclinado, desvelando conceitos intrínsecos como aceleração, atrito, e a decomposição de forças em suas respectivas componentes escalares.

Adicionalmente, a compreensão dos planos inclinados transcende o âmbito teórico, permeando aplicações práticas em diversas esferas, desde a resolução de problemas cotidianos

até contribuições substanciais em campos como engenharia e arquitetura. Essa interseção entre teoria e aplicação ressalta a relevância deste tópico no arcabouço científico contemporâneo.

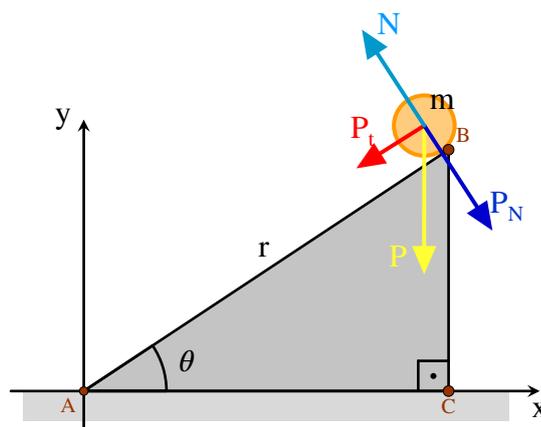
### 3.8.1 O movimento sobre o plano inclinado fixo sem atrito

Um corpo em movimento de descida sobre um plano inclinado sem atrito está associado a uma velocidade resultante ( $\vec{v}_r$ ), que varia com o tempo, de modo que esta pode ser decomposta em velocidades sobre o plano horizontal e vertical. Embora aparentemente não seja complexo a dedução da função para a velocidade sobre o plano inclinado, precisamos determinar uma série de informações pertinentes ao movimento da partícula sobre a rampa. Estes dados são representados em forma de equações para a aceleração do corpo, velocidade em função do tempo, além de localizar a partícula no espaço bidimensional por meio das componentes x e y do sistema de referência cartesiano.

#### 3.8.1.1 Aceleração resultante em um plano sem atrito

Para começar, vamos determinar a aceleração imposta sobre corpo em movimento no plano inclinado. O trajeto está associado à figura de um triângulo que apresenta hipotenusa de comprimento  $r$  e ângulo de abertura em relação a horizontal  $\theta \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ . Um corpo A de massa  $m$  com velocidade inicial resultante nula ( $|\vec{v}_{r_0}| = 0$ ), é posicionado sobre a rampa como representado na Figura 3.5.

**Figura 3.5** – Decomposição das forças que atuam na esfera A, de massa  $m$  sobre um plano inclinado de ângulo  $\theta$ .



**Fonte:** Autoria própria.

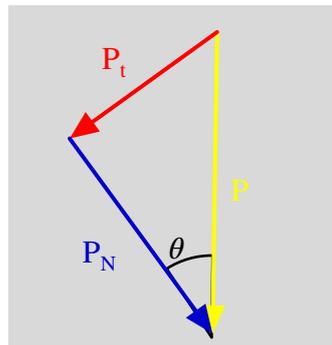
Pela Figura 3.5,  $\mathbf{P}$  representa a força peso do objeto ou a interação gravitacional de A com a Terra,  $N = P_N^1$  corresponde a força normal ao plano inclinado (ou ao par da Terceira Lei

<sup>1</sup> $P_N$  é a uma das componentes escalares de  $\mathbf{P}$

de Newton para uma das componentes da interação eletrostática entre corpo e rampa) e  $P_t$  é a componente tangencial de  $\mathbf{P}$ .

Segundo Halliday, Resnick e Walker (2012), a segunda Lei de Newton estabelece que a aceleração resultante na direção do plano inclinado depende apenas das componentes das forças paralelas ao plano. Analisando a Figura 3.5, vemos que a única força paralela ao plano inclinado é a componente  $P_t$ . Ressalta-se que as componentes escalares,  $P_t$  e  $P_N$ , resultam da decomposição do vetor  $\vec{P}$ , graficamente formando um triângulo retângulo como exposto pela Figura 3.6.

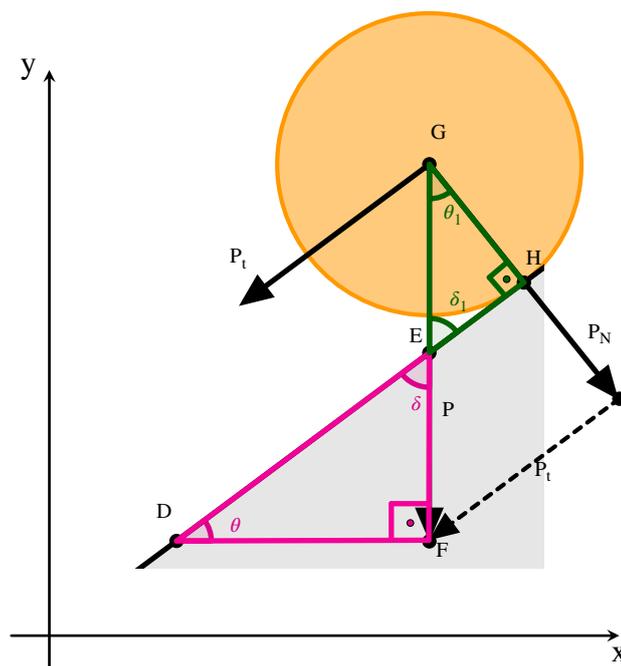
**Figura 3.6** – Decomposição de  $\vec{P}$  em suas componentes escalares  $P_t$  e  $P_N$ .



**Fonte:** Autoria própria.

Observe na Figura 3.5, que a componente  $P_t$  é paralela ao lado  $\overline{AB}$ , assim como o peso  $\vec{P}$  é paralelo ao lado  $\overline{BC}$ , e ambos os lados correspondem a faces que não formam um ângulo reto para o triângulo. Dessa forma, o triângulo representado pela Figura 3.6 é semelhante ao plano inclinado da Figura 3.5, possuindo o ângulo  $\theta$  formado pela força  $\vec{P}$  e  $P_N$ .

**Figura 3.7** – Representação ampliada da esfera de massa  $m$  sobre o plano inclinado apresentado pela Figura 3.5.



**Fonte:** Autoria própria.

Outra maneira de identificar essa relação é por meio da geometria analítica. Observe, na Figura 3.7, que o triângulo  $\overline{DFE}$  é semelhante ao triângulo  $\overline{GHE}$ , desta forma temos,

$$\begin{aligned}\delta &= \delta_1 \\ &e \\ \theta &= \theta_1,\end{aligned}$$

em que o ângulo  $\theta$  será formado por meio do vetor peso e sua componente peso normal ao plano.

Considerando que o movimento da partícula em questão inicia-se do repouso sobre a parte mais alta do plano inclinado, o movimento executado será descendente. Sendo assim, o sentido é negativo para esta forma de movimento. A força resultante na rampa abaixo sobre a partícula terá origem unicamente na componente tangencial de  $\mathbf{P}$ , qual seja,  $\mathbf{P}_t$  de modo que:

$$P_t = -m \cdot g \cdot \text{sen}(\theta). \quad (3.99)$$

Aplicando as Leis de Newton, a expressão para a componente x da Segunda Lei é dada pela Eq. (3.100).

$$\frac{d^2r}{dt^2} = \frac{dv}{dt} = -g \cdot \text{sen}(\theta), \quad (3.100)$$

sendo que  $d^2r/dt^2$  corresponde à aceleração resultante sobre o plano inclinado de comprimento  $r$ . Realizando a substituição da notação de derivada pelo argumento do módulo da aceleração resultante como é dado por Halliday, Resnick e Walker (2012), a Eq. (3.100) pode ser escrita como:

$$|\vec{a}_t| = g \cdot \text{sen}(\theta). \quad (3.101)$$

### 3.8.1.2 A velocidade sobre o plano

Para cada unidade de comprimento do plano inclinado, o corpo apresentará diferentes valores de velocidade devido à ação da aceleração determinada pela a Eq. (3.101). Considerando que a aceleração gravitacional direcionada para baixo é negativa, podemos determinar a velocidade  $v$  em função do tempo, por meio da integração da Eq. (3.101) em relação ao tempo.

$$|\vec{v}(t)| = \int_{v_0}^v dv' = \int_0^t -g \cdot \text{sen}(\theta) dt. \quad (3.102)$$

Ao realizar a integração, obtemos:

$$v = v_0 - g \cdot t \cdot \text{sen}(\theta). \quad (3.103)$$

### 3.8.1.3 Velocidade ao final da rampa

Por ser uma função linear, a Eq. (3.103) não possui máximos locais, ou seja, ela não determina a velocidade máxima atingida pela partícula, assim a velocidade tende a crescer indeterminadamente com o passar do tempo. Com o objetivo de se calcular a maior velocidade possível sobre o plano inclinado, iremos determinar a velocidade do corpo ao final da rampa por meio de uma função para velocidade que irá considerar apenas o deslocamento total.

O tempo de movimento em questão é determinado pelo comprimento do plano inclinado  $r$ . Admitindo que tal medida é representado por  $r$ , e que o movimento possui aceleração constante dada pela Eq. (3.101), podemos utilizar a função horária da posição representada pela Eq. (3.22), em função do comprimento do plano:

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{|\vec{a}| \cdot t^2}{2}, \quad (3.104)$$

para determinar o tempo de descida do corpo. A posição final corresponde ao comprimento do plano inclinado,  $x = r$ , com isso obtemos a equação para o tempo em função do comprimento do plano inclinado:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot r}{|\vec{a}|}}, \quad (3.105)$$

onde  $|\vec{a}| = |\vec{a}_r|$ , assim o tempo é dado por

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot r}{g \cdot \text{sen}(\theta)}}. \quad (3.106)$$

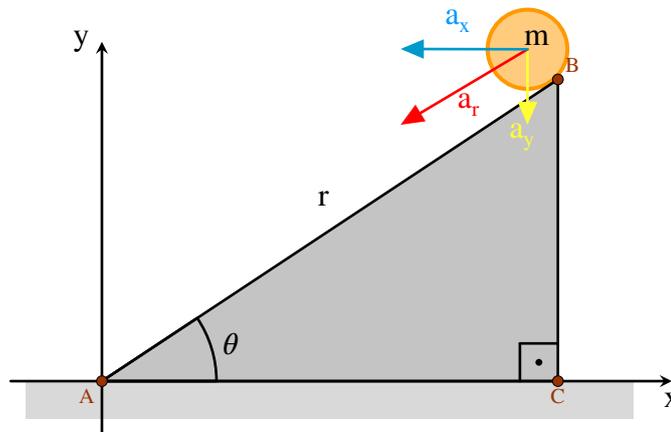
Levando o resultado expresso pela Eq. (3.106) em Eq. (3.103), encontramos a equação que determina a velocidade do corpo no fim da rampa:

$$|\vec{v}_{it}| = \sqrt{2 \cdot r \cdot g \cdot \text{sen}(\theta)}. \quad (3.107)$$

### 3.8.1.4 Aceleração horizontal e vertical

Nesta seção temos como objetivo determinar as equações de movimento para utilizá-las no aplicativo *Physical Modeler*, este app faz uso do sistema de coordenadas cartesianas convencional em que o eixo das abscissas é representado na horizontal enquanto as ordenadas está na vertical. Conforme discutido, devido à ação da interação gravitacional, todo corpo sobre o plano inclinado sem atrito terá aceleração resultante não nula cuja expressão é dada pela Eq. (3.101). Desta forma, com o uso do novo sistema de coordenadas cartesiano, a massa em questão apresentará aceleração resultante com componentes  $a_x$  e  $a_y$  conforme evidenciado na Figura 3.8.

**Figura 3.8** – Decomposição do vetor aceleração resultante em termos do sistema de eixo cartesiano x e y para o plano inclinado.



**Fonte:** Autoria própria.

O módulo da aceleração  $\vec{a}_r$  foi definido pela Eq. (3.101), de modo que não será necessário refazer a dedução para esta aceleração sob esse novo sistema de coordenadas cartesianas, devido ao fato de a aceleração resultante depender apenas da aceleração gravitacional e do ângulo  $\theta$ . De fato, isso é verdade, pois temos um triângulo semelhante ao plano inclinado e formado por  $a_x$ ,  $a_y$  e  $a_r$ . Neste caso, o ângulo  $\theta$  tem lados associados a  $\vec{a}_r$  e  $a_x$ .

Por meio das propriedades trigonométricas do triângulo retângulo, é possível encontrar o módulo da aceleração no eixo das abscissas e ordenadas. Considerando que

$$\text{sen}(\theta) = \frac{|\vec{a}_y|}{|\vec{a}_r|}$$

$$|\vec{a}_y| = |\vec{a}_r| \cdot \text{sen}(\theta). \quad (3.108)$$

Podemos substituir o termo  $|\vec{a}_r|$  pelo valor correspondente determinado pela Eq. (3.101), assim obtemos a equação para a nova componente da aceleração no eixo y,  $a_y$ :

$$|\vec{a}_y| = g \cdot \text{sen}^2(\theta). \quad (3.109)$$

Seguindo a mesma dinâmica, determina-se com facilidade  $a_x$ :

$$\text{cos}(\theta) = \frac{|\vec{a}_x|}{|\vec{a}_r|}$$

$$|\vec{a}_x| = |\vec{a}_r| \cdot \text{cos}(\theta)$$

$$|\vec{a}_x| = g \cdot \text{sen}(\theta) \cdot \text{cos}(\theta). \quad (3.110)$$

Aplicando a propriedade trigonométrica do arco duplo

$$\text{sen}(2\theta) = 2\text{sen}(\theta) \cos(\theta), \quad (3.111)$$

na Eq. (3.110), obtemos, finalmente, a função que determina  $a_x$ :

$$|\vec{a}_x| = g \frac{\text{sen}(2\theta)}{2}. \quad (3.112)$$

### 3.8.1.5 Velocidades horizontal e vertical sobre o plano sem atrito

Por meio das integrais das Eqs. (3.109) e (3.112), podemos determinar as funções das velocidades para o eixo das abscissas e ordenadas do plano inclinado com o novo sistema cartesiano. Tem-se como objetivo determinar as equações paramétricas da velocidade em função do tempo para que estas possam ser aplicadas no *app* de modelagem. Considerando que a partícula executa um movimento retrógrado sobre o plano inclinado, temos:

$$\int_{v_{x_0}}^{v_x} dv'_x = \int_0^t -a_x dt' \quad (3.113)$$

$$\int_{v_{y_0}}^{v_y} dv'_y = \int_0^t -a_y dt' \quad (3.114)$$

Ao solucionar as Eqs. (3.113) e (3.114), obtêm-se:

$$v_x = v_{x_0} - g \cdot t \cdot \frac{\text{sen}(2\theta)}{2} \quad (3.115)$$

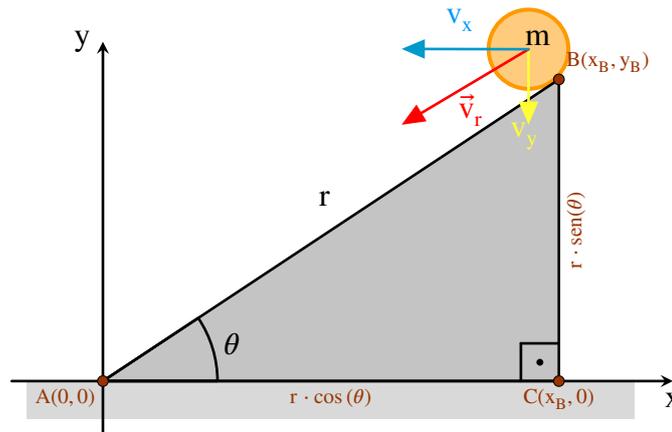
$$v_y = v_{y_0} - g \cdot t \cdot \text{sen}^2(\theta). \quad (3.116)$$

As Eqs. (3.115) e (3.116) representam a decomposição da velocidade em função do tempo para o corpo em movimento sobre o plano inclinado, na ausência de atrito e usando o sistema cartesiano da Figura 3.8.

### 3.8.1.6 Posição do móvel sobre o plano inclinado

Considere a Figura 3.9. O ponto A coincide com a origem do plano cartesiano, e a projeção da posição inicial sobre o eixo das abscissas para a partícula é estabelecida por  $x_0 = |\overline{AC}| = r \cdot \cos(\theta)$  e sua projeção para posição inicial sobre o eixo das ordenadas é representado por  $y_0 = |\overline{BC}| = r \cdot \text{sen}(\theta)$  como exposto na Figura 3.9. Perceba que  $r = |\overline{AB}| = \sqrt{x_B^2 + y_B^2}$ .

**Figura 3.9** – Decomposição da velocidade resultante sobre os eixos  $x'$  e  $y'$ .



Fonte: Autoria própria.

As coordenadas  $(x, y)$  da partícula sobre o plano inclinado são obtidas por meio da integral das componentes escalares da velocidade em função da variação do tempo.

$$\int_{x_0}^x dx' = \int_0^t v_x dt', \quad (3.117)$$

$$\int_{y_0}^y dy' = \int_0^t v_y dt'. \quad (3.118)$$

Como resultado da integral da Eqs. (3.114) e (3.117), é obtido:

$$x = r \cdot \cos(\theta) - v_{x_0} t - \frac{gt^2}{4} \cdot \sin(2\theta), \quad (3.119)$$

$$y = r \cdot \sin(\theta) - v_{y_0} t - \frac{gt^2}{2} \cdot \sin^2(\theta). \quad (3.120)$$

### 3.8.2 O movimento sobre o plano inclinado fixo com atrito seco

Diferente do plano inclinado sem atrito, para que um corpo realize o deslocamento de descida uniforme ou acelerado sobre uma rampa com atrito, este deve ser lançado tangencialmente sobre o plano inclinado de tal forma que a componente tangencial da força peso seja maior ou igual a força de atrito seco dinâmico atuando sobre o corpo, ou seja, é preciso que  $P_t \geq |\vec{F}_{atd}|$ . Com isso, caso a força tangencial seja maior, o corpo irá deslocar-se com movimento acelerado, se a força tangencial for correspondente em módulo a força de atrito dinâmica, o corpo desloca-se em movimento retilíneo uniforme.

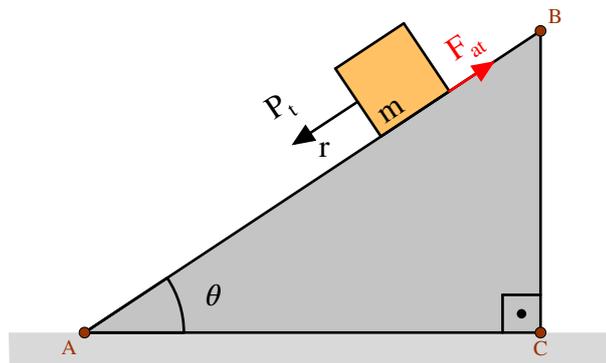
Uma outra condição para que o corpo entre em movimento sobre o plano inclinado com atrito é que a tangente do ângulo ( $\tan(\theta)$ ) seja maior que o coeficiente de atrito estático  $\mu_e$ . Nesta seção, será realizado o estudo do movimento sobre o plano inclinado tendo como causa seu ângulo de inclinação, de forma que a tangente do ângulo seja maior que o coeficiente de atrito

estático,  $\tan(\theta) > \mu_e$ . Iremos formular as equações para o movimento sobre o plano inclinado levando em consideração o atrito seco existente entre o corpo e a superfície de contato.

### 3.8.2.1 Aceleração resultante

Nesta seção, será feita a análise do movimento para um plano inclinado que possua ângulo de abertura  $\theta$  coincidindo com a origem do plano cartesiano como exposto na Figura 3.10.

**Figura 3.10** – Corpo de massa  $m$  sobre plano inclinado com atrito.



Fonte: Autoria própria.

Como vimos na Subsubseção 3.8.1.1, a força resultante era dependente apenas da força tangencial, porém, desta vez ela dependerá também da força resistiva  $F_{at}$ . Após a aplicação das Leis de Newton para esta nova situação, temos:

$$|\vec{F}_{at}| = |\vec{P}_N| \cdot \mu_d \quad (3.121)$$

$$|\vec{P}_N| = m \cdot |\vec{g}| \cdot \cos(\theta). \quad (3.122)$$

Analisando as expressões para as componentes  $x$  e  $y$  da Segunda Lei de Newton, tem-se que a força de atrito dinâmico tem sentido oposto à força tangencial e ao movimento. O módulo da força resultante é obtida pela expressão:

$$F_r = P_t - P_N \mu_d. \quad (3.123)$$

Lembrando que adotamos o movimento descendente como sendo negativo, assim, aplicando os resultados das Eqs. (3.1), (3.99) e (3.121) na Eq. (3.123) obtemos:

$$m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = -mg \sin(\theta) + mg \cos(\theta) \mu_d. \quad (3.124)$$

Realizando as simplificações necessárias na Eq. (3.124) e aplicando a representação simplificada

da aceleração resultante obtêm-se

$$a_r = -g[\text{sen}(\theta) - \mu_d \cdot \cos(\theta)], \quad (3.125)$$

que corresponde à aceleração resultante sobre o plano inclinado com atrito dinâmico.

### 3.8.2.2 Velocidade sobre a rampa na presença de atrito

Como vimos anteriormente, para determinar a função da velocidade, deve-se integrar a expressão da aceleração resultante sobre o plano inclinado. Assim, integrando a Eq. (3.125), obtêm-se:

$$v_r = v_0 - gt[\text{sen}(\theta) - \mu_d \cos(\theta)], \quad (3.126)$$

que corresponde à função horária da velocidade em função do tempo. Para determinar a velocidade do objeto ao final da rampa, utiliza-se a mesma analogia da Subsubseção 3.8.1.3 e, sem muita dificuldade, obtêm-se:

$$|v_{\text{final}}| = \sqrt{2 \cdot r \cdot g[\text{sen}(\theta) - \mu_d \cdot \cos(\theta)]}. \quad (3.127)$$

### 3.8.3 Decomposição do movimento da rampa com atrito sobre o novo sistema de referência

Ao compararmos as Eqs. (3.107) e (3.127), verifica-se que a única diferença entre elas é o acréscimo do termo  $[\mu_d \cdot \cos(\theta)]$  para o movimento com atrito. O mesmo ocorre com as equações da aceleração e velocidade em função do tempo.

Utilizaremos esta informação para, de modo análogo, podermos obter as equações de movimento sobre o plano inclinado com atrito simplesmente atribuindo a aceleração resultante do movimento, usando o novo sistema de coordenadas como aquele mostrado na Figura 3.9. Desta forma, temos as equações para a velocidade e para a posição, respectivamente, sobre o plano inclinado com atrito e empregando o plano cartesiano mencionado:

$$v_x = v_{x_0} - gt \cdot \left( \frac{\text{sen}(2\theta)}{2} - \mu_d \cos^2(\theta) \right), \quad (3.128)$$

$$v_y = v_{y_0} - gt \cdot \left( \text{sen}^2(\theta) - \mu_d \frac{\text{sen}(2 \cdot \theta)}{2} \right), \quad (3.129)$$

$$x = r \cdot \cos(\theta) - v_{x_0} t - \frac{gt^2}{2} \cdot \left( \frac{\text{sen}(2\theta)}{2} - \mu_d \cos^2(\theta) \right), \quad (3.130)$$

$$y = r \cdot \text{sen}(\theta) - v_{y_0} t - \frac{gt^2}{2} \cdot \left( \text{sen}^2(\theta) - \mu_d \frac{\text{sen}(2 \cdot \theta)}{2} \right). \quad (3.131)$$

Caso o coeficiente de atrito dinâmico seja nulo, recuperam-se as equações de movimento obtidas

para o caso no qual o atrito seco foi desprezado.

### 3.9 Movimento Harmônico Simples

O Movimento Harmônico Simples (MHS) é um conceito central na Física que descreve o comportamento de sistemas oscilatórios que seguem uma dinâmica periódica. Esse tipo de movimento é caracterizado por uma oscilação simétrica em torno de uma posição central, com uma frequência constante. Desde o estudo de pêndulos simples até a análise de oscilações em circuitos elétricos, o MHS desempenha um papel crucial na compreensão dos fenômenos naturais e na aplicação de princípios físicos em diversas áreas do conhecimento.

O MHS clássico é governado pelas Leis de Newton. No caso mais simples, atua sobre o corpo apenas a força restauradora que é proporcional e oposta ao deslocamento do objeto em relação à posição de equilíbrio. Matematicamente, isso é expresso, para uma dimensão, como:

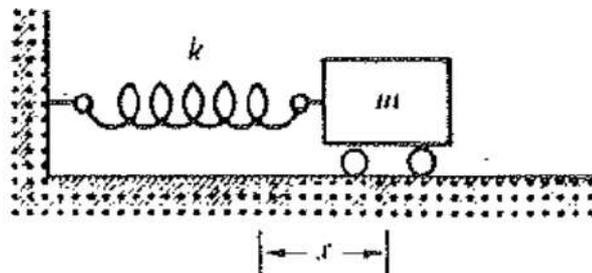
$$F = -kx, \quad (3.132)$$

sendo  $F$  a força restauradora,  $k$  a constante de elasticidade (ou constante de mola) que determina a rigidez do sistema,  $x$  o deslocamento unidimensional do objeto em relação à posição de equilíbrio.

#### 3.9.1 Movimento oscilatório unidimensional simples

Tomando como base o experimento do carrinho sobre trilhos sem atrito que esteja preso a uma mola (SYMON, 1996; TAYLOR, 2013) como exposto pela Figura 3.11, a força resultante sobre o sistema apenas força restauradora do MHS.

**Figura 3.11** – Modelo de um oscilador harmônico simples.



Fonte: Livro de Mecânica (SYMON, 1996)

Portanto, a expressão para a Segunda Lei de Newton, fica dada por:

$$\ddot{x} = -\frac{k}{m}x = -\omega^2x, \quad (3.133)$$

que corresponde a uma equação diferencial de segunda ordem que descreve o movimento

harmônico simples admitindo que nenhuma outra força age sobre o sistema Symon (1996, p. 61). Na Eq. (3.133),  $\ddot{x}$  é a segunda derivada da posição em relação ao tempo (aceleração do objeto) e  $\omega$  equivale a frequência angular do sistema, definida por:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}. \quad (3.134)$$

Segundo Taylor (2013, p. 164), a Eq. (3.133), “é uma equação diferencial linear, homogênea, de segunda ordem e assim tem duas soluções independentes”:

$$x(t) = e^{i\omega t} \quad \text{e} \quad x(t) = e^{-i\omega t}. \quad (3.135)$$

Logo, a solução geral para a Eq. (3.133) pode ser expressa pela combinação linear das soluções particulares exibidas em Eq. (3.136).

$$x(t) = C_1 e^{i\omega t} + C_2 e^{-i\omega t}. \quad (3.136)$$

Por meio da identidade de Euler (TAYLOR, 2013, p. 68), as exponenciais que aparecem na Eq. (3.136) podem ser escritas como:

$$e^{\pm i\omega t} = \cos(\omega t) \pm i \text{sen}(\omega t). \quad (3.137)$$

Aplicando Eq. (3.137) na Eq. (3.136):

$$x(t) = (C_1 + C_2) \cos(\omega t) + i(C_1 - C_2) \text{sen}(\omega t). \quad (3.138)$$

A função  $x(t)$  resulta em valores reais, assim as funções  $[\cos(\omega t)]$  e  $[\text{sen}(\omega t)]$  também são reais. Para que  $x(t)$  seja real, as constantes  $(C_1 + C_2)$  e  $i(C_1 - C_2)$  devem também ser reais. Ademais, para determinar estas constantes, recorre-se às condições iniciais para a Eq. (3.138):

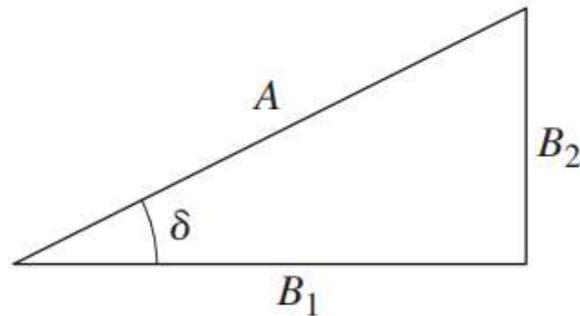
- Para o tempo  $t = 0$ , temos que a posição inicial equivale a  $(C_1 + C_2)$ ;
- Ao derivar a Eq. (3.138) em função do tempo e considerarmos  $t = 0$ , temos que  $[\omega(C_1 - C_2)]$  equivale a velocidade inicial do objeto.

Assim, caso o carrinho inicie seu movimento em uma posição fora da origem ( $x_0 \neq 0$ ), da Eq. (3.138) apenas o termo cosseno será mantido, então:

$$x(t) = x_0 \cos(\omega t). \quad (3.139)$$

Como apontado por Taylor (2013), o argumento pertencente às funções periódicas seno e

**Figura 3.12** – As constantes  $A$  e  $\delta$  são definidas em termos de  $B_1$  e  $B_2$ , conforme ilustrado.



Fonte: **Mecânica Clássica** (TAYLOR, 2013)

o cosseno é  $(\omega t)$ , com isso, relaciona-se a frequência angular ao período  $T$ , de modo que:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}. \quad (3.140)$$

Sendo assim, chega-se à expressão para o período de oscilação do MHS em termos da massa do corpo oscilante e a constante elástica da mola:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}. \quad (3.141)$$

Caso o movimento inicie na origem ( $x_0 = 0$ ), significa que o carrinho será impulsionado para sair da inércia e neste caso ele terá uma velocidade inicial não nula, assim:

$$x(t) = \frac{v_0}{\omega} \text{sen}(\omega t). \quad (3.142)$$

### 3.9.2 Solução da equação diferencial para o MHS

Para solucionar a Eq. (3.138), vamos fazer as seguintes considerações:

$$B_1 = C_1 + C_2, \quad (3.143)$$

$$B_2 = i(C_1 - C_2). \quad (3.144)$$

Não há nada em especial no que se propõe, trata-se apenas de renomear as constantes já presentes na Eq. (3.138). Além disso, considere que

$$A = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}. \quad (3.145)$$

Note que  $A$  equivale à hipotenusa de um triângulo retângulo de abertura  $\delta$  como apresentado na Figura 3.12.

Aplicando as definições apresentadas por Eq. (3.143), Eq. (3.144) e Eq. (3.145) em

Eq. (3.138), temos:

$$x(t) = A \left[ \frac{B_1}{A} \cos(\omega t) + \frac{B_2}{A} \sin(\omega t) \right] \quad (3.146)$$

$$= A[\cos(\delta) \cos(\omega t) + \sin(\delta) \sin(\omega t)]. \quad (3.147)$$

A solução para o movimento harmônico simples é uma função cossenoidal, que varia no tempo. Se  $x$  for o deslocamento do objeto na direção do movimento harmônico simples e  $A$  for a amplitude máxima de oscilação (ou seja, a distância máxima do objeto à posição de equilíbrio), então a posição do objeto em função do tempo  $t$  pode ser expressa como:

$$x(t) = A \cdot \cos(\omega t + \delta). \quad (3.148)$$

O MHS é observado em uma variedade de sistemas físicos, como massas presas a molas, pêndulos de relógio e oscilações de circuitos elétricos. É um fenômeno fundamental na Física e que tem aplicações em diversos outros campos do conhecimento, incluindo Engenharias, Biologia, Química e Astronomia.

### 3.9.3 MHS amortecido

O Movimento Harmônico Simples amortecido é um tipo de movimento oscilatório no qual a amplitude das oscilações diminui ao longo do tempo devido à presença de uma força de amortecimento que retira energia do sistema. Esse tipo de movimento é comumente observado em sistemas físicos nos quais há resistência ao movimento, como oscilações de sistemas massa-mola submersos em um fluido viscoso ou circuitos elétricos com resistência.

Vamos deduzir as propriedades do MHS amortecido unidimensional considerando um sistema massa-mola submetido a uma força de amortecimento proporcional à velocidade e uma força restauradora proporcional ao deslocamento.

A expressão para a Segunda Lei de Newton para o oscilador massa-mola é:

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = 0. \quad (3.149)$$

na qual  $m$  representa a massa do oscilador,  $x$  é o deslocamento do oscilador em relação à posição de equilíbrio,  $k$  é a constante da mola e que determina a rigidez do sistema, e  $b$  é o coeficiente de amortecimento que estabelece a intensidade do amortecimento.

Para resolver essa equação, vamos definir que:

$$\frac{b}{m} = 2\beta, \quad (3.150)$$

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m}, \quad (3.151)$$

de modo que  $\omega_0$  representa a frequência natural do sistema. Adotando estas convenções, a equação do oscilador amortecido pode ser escrita como:

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0. \quad (3.152)$$

onde  $\beta$  e  $\omega_0$  possuem dimensão do inverso do tempo (frequência).

Para resolver essa equação, assumimos uma solução do tipo  $x(t) = e^{rt}$ , onde  $r$  é um parâmetro a ser determinado.

Substituindo  $x(t)$  na equação diferencial, obtemos:

$$r^2 e^{rt} + 2\beta r e^{rt} + \omega_0^2 e^{rt} = 0 \quad (3.153)$$

Dividindo toda a equação por  $e^{rt}$ , obtemos:

$$r^2 + 2\beta r + \omega_0^2 = 0. \quad (3.154)$$

Esta é uma equação de segundo grau em  $r$ , e que é facilmente solucionada utilizando a fórmula quadrática:

$$r = \frac{-2\beta \pm \sqrt{(2\beta)^2 - 4 \cdot 1 \cdot \omega_0^2}}{2 \cdot 1}.$$

Simplificando, obtemos:

$$r = -\beta \pm \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}.$$

Como resultado, tem-se duas soluções independentes, de modo que a solução geral será para a equação diferencial pode ser escrita como:

$$x(t) = C_1 e^{r_1 t} + C_2 e^{r_2 t} \quad (3.155)$$

$$x(t) = e^{-\beta t} \left( C_1 e^{\sqrt{\beta^2 - \omega_0^2} t} + C_2 e^{-\sqrt{\beta^2 - \omega_0^2} t} \right). \quad (3.156)$$

Para verificar se a equação 3.156 realmente corresponde à equação do oscilador amortecido,

podemos considerar que a constante de amortecimento seja nula, ( $\beta = 0$ ), com isso tem-se:

$$x(t) = C_1 e^{i\omega_0 t} + C_2 e^{-i\omega_0 t}, \quad (3.157)$$

que se reduz à Eq. (3.136), obtida para o oscilador harmônico sem atrito.

Voltando à Eq. (3.156), há três casos a se considerar, quais sejam:

1. **Amortecimento Crítico** ( $\beta^2 = \omega_0^2$ ): Neste caso,  $\beta^2 = \omega_0^2$ , e a solução é  $r = -\beta$ . Portanto, a solução para  $x(t)$  é uma exponencial decrescente multiplicada por um polinômio de grau 1 em  $t$ .
2. **Amortecimento Super Crítico** ( $\beta^2 > \omega_0^2$ ): Neste caso,  $\beta^2 > \omega_0^2$ , e a solução contém dois valores reais distintos para  $r$ . A solução para  $x(t)$  é uma combinação linear de exponenciais decrescentes multiplicadas por polinômios de grau 1 em  $t$ .
3. **Amortecimento Sub Crítico** ( $\beta^2 < \omega_0^2$ ): Neste caso,  $\beta^2 < \omega_0^2$ , e a solução é composta por dois valores complexos conjugados para  $r$ . Sendo assim,  $x(t)$  é uma combinação linear de oscilações amortecidas.

Neste projeto, focaremos no amortecimento sub crítico, em alguns casos, chamado de **subamortecimento** como apontado por Taylor (2013). Devido ao fato de  $\beta < \omega_0$ , a raiz quadrada para o expoente da Eq. (3.156) será imaginária, então:

$$\sqrt{\beta^2 - \omega_0^2} = i\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = i\omega_1, \quad (3.158)$$

sendo que

$$\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}. \quad (3.159)$$

Note-se que  $\omega_1 < \omega_0$ . Aplicando esta definição na Eq. (3.156), obtemos:

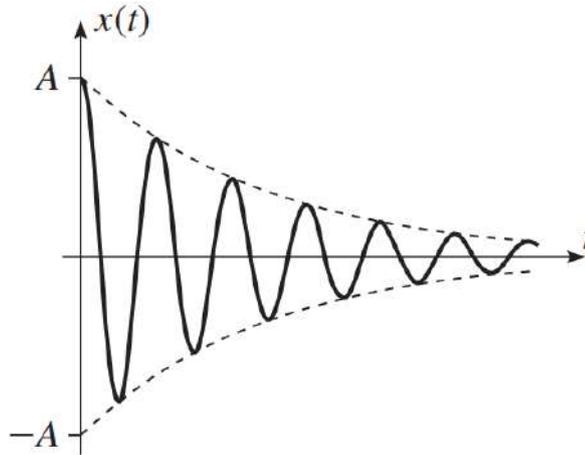
$$x(t) = e^{-\beta t} (C_1 e^{i\omega_1 t} + C_2 e^{-i\omega_1 t}). \quad (3.160)$$

A solução para  $(C_1 e^{i\omega_1 t} + C_2 e^{-i\omega_1 t})$  foi obtida na Subseção 3.9.2, de modo que pode ser expressa como  $Ae^{-\beta t} \cos(\omega_1 t - \delta)$ . Com isso temos a equação para o oscilador harmônico com amortecimento sub crítico dada por:

$$x(t) = Ae^{-\beta t} \cos(\omega_1 t - \delta). \quad (3.161)$$

O produto  $Ae^{-\beta t}$  indica que, com o passar do tempo, a amplitude de oscilação é reduzida como apresentada na Figura 3.13.

**Figura 3.13** – Oscilações não amortecidas podem ser tratadas como oscilações harmônicas simples com uma amplitude decrescente exponencialmente  $Ae^{-\beta t}$ . As curvas tracejadas representam os envelopes,  $\pm Ae^{-\beta t}$ .



Fonte: Mecânica Clássica (TAYLOR, 2013).

Essa diminuição depende do valor de  $\beta$ : quanto maior for o seu valor, mais ele tenderá para o amortecimento crítico.

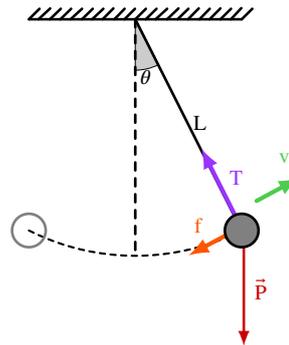
### 3.10 Pêndulo amortecido

Um pêndulo amortecido é um sistema físico em que um objeto é suspenso por um fio ou haste e oscila sob a ação da interação gravitacional, da tração exercida pelo fio, mas também sofre uma força de amortecimento devido à resistência do meio em que está imerso, como o ar ou um outro fluido. O movimento desse sistema pode ser modelado usando a Dinâmica Newtoniana que, em conformidade com o que já se discutiu nas seções anteriores, se baseia nas leis de Newton para descrever o comportamento de objetos em movimento.

A Dinâmica Newtoniana afirma que a aceleração de um objeto é proporcional à força resultante aplicada sobre ele, e inversamente proporcional à sua massa. Essa relação é expressa em uma das formas modernas de expressão para a Segunda Lei de Newton, cujo conteúdo foi apresentado no início deste capítulo. As ideias que expressa podem ser sintetizadas pela Eq. (3.1).

#### 3.10.1 Equação de movimento do pêndulo simples segundo a Dinâmica Newtoniana

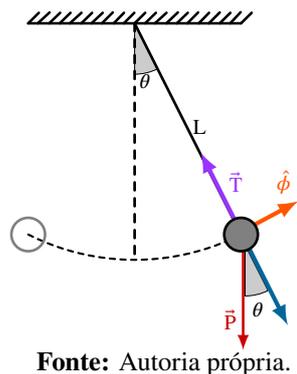
No caso do pêndulo amortecido, a força resultante obtém-se por meio da soma das forças que atuam sobre o objeto que oscila, que incluem, conforme já mencionamos, a força de atração gravitacional ( $\mathbf{P}$ ), a tensão exercida pelo fio ( $\mathbf{T}$ ) e a força de amortecimento ( $\mathbf{f}$ ). Estas forças estão representadas na Figura 3.14, na qual  $\mathbf{L}$  representa o comprimento do fio,

**Figura 3.14** – Forças atuando sobre o pêndulo simples.

Fonte: Autoria própria.

Iniciemos as discussões para a situação na qual a força de arrasto exercida pelo meio possa ser desprezada. Considerando a trajetória da massa  $m$ , a simetria sugere que é conveniente utilizar coordenadas polares para resolução do problema. Considere os versores  $\hat{r}$  e  $\hat{\phi}$  definidos de forma tradicional Taylor (2013) pela Figura 3.15.

**Figura 3.15** – Vetor unitário  $\hat{r}$  apontando para direção de crescimento de  $r$  com  $\theta$  fixo;  $\hat{\theta}$  perpendicular a  $\hat{r}$  apontando para direção de crescimento de  $\theta$  com  $r$  fixo.



Fonte: Autoria própria.

Segundo Taylor (2013, p. 27), os vetores unitários  $\hat{\theta}$  e  $\hat{L}$ , por serem perpendiculares entre si, possibilitam que possamos representar quaisquer vetores dentro deste espaço vetorial em função deles. Desta forma temos:

$$\vec{T} = -T\hat{r} + 0\hat{\phi}, \quad (3.162)$$

$$\vec{P} = mg \cos(\theta)\hat{r} - mg \sin(\theta)\hat{\phi}. \quad (3.163)$$

Sendo que ( $r = L$ ), ( $\dot{r} = \ddot{r} = 0$ ), ( $\dot{\phi} = \dot{\theta}$ ) e ( $\ddot{\phi} = \ddot{\theta}$ ), com isso podemos escrever a segunda Lei de Newton em função de coordenadas polares em duas dimensões como apresentado por Taylor (2013, p. 34):

$$\sum F_r = ma_r = m(\ddot{r} - r\dot{\phi}^2) \quad (3.164)$$

e

$$\sum F_{\phi} = ma_{\phi} = m(r\ddot{\phi} + 2\dot{r}\dot{\phi}). \quad (3.165)$$

Por meio da Figura 3.15, tem-se que  $F_r$  e  $F_{\phi}$  são dadas por:

$$\sum F_r = mg \cos \theta - T \quad (3.166)$$

e

$$\sum F_{\phi} = 0 - mg \sin \theta. \quad (3.167)$$

Substituindo a Eq. (3.164) na Eq. (3.166), temos:

$$m(\cancel{r} - \cancel{r}\dot{\theta}^2) = mg \cos \theta - T \quad (3.168)$$

$$-mL\dot{\theta}^2 = mg \cos \theta - T. \quad (3.169)$$

Observe que na Eq. (3.169), a função é dependente da tensão do fio, por outro lado, as Eq. (3.165) e Eq. (3.167) não dependem desta variável, então ao relacionarmos ambas as equações, obtém-se:

$$m(\cancel{r}\ddot{\phi} + 2\cancel{r}\dot{\phi}) = 0 - mg \sin \theta \quad (3.170)$$

$$L\ddot{\theta} = -g \sin \theta \quad (3.171)$$

$$\ddot{\theta} = -\frac{g}{L} \sin \theta. \quad (3.172)$$

A Eq. (3.172) descreve o movimento de um pêndulo simples em termos de sua posição angular ( $\theta$ ) e sua respectiva segunda derivada em relação ao tempo ( $\ddot{\theta}$ ). Em outras palavras,  $\ddot{\theta}$  é a aceleração angular do pêndulo, representando como a velocidade angular do pêndulo muda com o tempo.

A aceleração angular ( $\ddot{\theta}$ ) do pêndulo é diretamente influenciada pela aceleração devida à gravidade ( $g$ ) e pela posição angular ( $\theta$ ) do pêndulo. A aceleração angular é inversamente proporcional ao comprimento do fio ( $L$ ), conforme indicado pela relação  $\frac{g}{L}$ , e é afetada pela função seno do ângulo de deslocamento ( $\sin \theta$ ). O comportamento dinâmico do pêndulo simples, governado pela Eq. (3.172), que é a equação que nos fornece como sua posição angular muda ao longo do tempo em resposta à influência da gravidade e à restrição imposta pelo comprimento do fio.

Quando consideramos um pêndulo simples com arrasto linear, estamos introduzindo a ideia de que o movimento do pêndulo é afetado pela resistência do ar ou outro meio através do qual ele se move. Este arrasto linear é modelado tipicamente por uma força que é diretamente

proporcional à velocidade do pêndulo.

A introdução do arrasto linear altera a equação do movimento do pêndulo simples, conforme a Figura 3.14. Para estudar esta nova situação, além da força gravitacional e da força de tensão no fio (que mantém o pêndulo em sua trajetória circular), agora temos que considerar a força de arrasto:

$$\mathbf{f} = -bv\hat{v}, \quad (3.173)$$

onde  $\vec{v} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\phi}\hat{\phi}$ .

Considerando que as principais forças que gerenciam o movimento do pêndulo, localizam-se sobre a massa presa no fio, escreveremos apenas a componente tangencial,  $F_\phi$ , de tais forças atuando no sistema:

$$F_\phi = -mg\text{sen}\theta - bv. \quad (3.174)$$

Comparando a Eq. (3.165) com a Eq. (3.174), temos:

$$mL\ddot{\theta} = -mg\text{sen}\theta - bL\dot{\theta}. \quad (3.175)$$

A equação diferencial que descreve o movimento de um pêndulo simples com arrasto linear é:

$$\ddot{\theta} + \frac{b}{m}\dot{\theta} + \frac{g}{L}\text{sen}\theta = 0, \quad (3.176)$$

sendo  $\ddot{\theta}$  a aceleração angular;  $\dot{\theta}$  a primeira derivada do ângulo com relação ao tempo (a velocidade angular);  $\theta$  o deslocamento angular do pêndulo;  $b$  o coeficiente de arrasto linear;  $m$  a massa do pêndulo;  $g$  a aceleração devido à gravidade e  $L$  o comprimento do pêndulo.

O termo  $\frac{b}{m}\dot{\theta}$  está associado a força de arrasto. Quanto maior a velocidade angular ( $\dot{\theta}$ ), maior será a força de arrasto oposta ao movimento. Considerando que a expressão  $\frac{b}{m}$  corresponde ao coeficiente de atrito, a simplificaremos chamando de  $\gamma$ . Já o termo  $\frac{g}{L}$  corresponde à velocidade angular ao quadrado ( $\omega^2$ ), então da Eq. (3.176), obtemos:

$$\ddot{\theta} + \gamma\dot{\theta} + \omega^2\text{sen}\theta = 0. \quad (3.177)$$

Para situações as quais o deslocamento angular é pequeno, pode-se utilizar a aproximação  $\text{sen}\theta \approx \theta$  e a Eq. (3.177) é similar à Eq. (3.149), que foi discutida e resolvida na Subseção 3.9.3.

## **4 TEORIAS E METODOLOGIAS DE ENSINO**

No contexto educacional atual, observa-se uma considerável atenção dada às expectativas, sendo que é inegável que o sucesso engloba de forma abrangente o processo de ensino-aprendizagem de todos os alunos, bem como de toda a comunidade escolar. Conforme abordado por Silveira (2002), à medida que a sociedade busca o desenvolvimento, ela organiza e molda suas instituições, sendo o sistema de produção um agente organizador fundamental.

Para Freire (2000, p. 44), a incerteza não é tolerada quanto ao direito dos jovens das classes populares em adquirir conhecimentos equivalentes em Matemática, Física e Biologia, comparáveis aos aprendidos pelos jovens das áreas mais privilegiadas da cidade. No entanto, simultaneamente, é firmemente rejeitado que o ensino de qualquer conteúdo ocorra sem uma análise crítica sobre o funcionamento da sociedade. O pensamento de Freire exige consenso na necessidade de equidade no acesso ao conhecimento para jovens de diferentes origens sociais, ressaltando que o ensino deve incorporar uma compreensão crítica, indo além da transmissão de informações, e incluindo uma reflexão sobre as estruturas e dinâmicas sociais.

Nesse contexto, as formas de organização são modeladas visando à eficácia na condução, bem como no processo de ensino e aprendizagem, ecoando a perspectiva de Paulo Freire sobre a educação como uma experiência conjunta, envolvendo tanto educadores quanto educandos. Segundo Vygotsky et al. (1998), o aprendizado envolve duas variáveis: o processo, referente ao conhecimento prévio do aluno, e o produto, que resulta da combinação do que o aluno já possui com os conteúdos ensinados pelo professor, gerando novos conceitos.

C. R. Brandão (1987) aponta que a educação atual compartilha diversas características com a educação grega e ateniense. Ele destaca a dualidade da educação grega, indicando desafios persistentes na educação contemporânea. Esse estudo é caracterizado pela presença de normas de trabalho que visam reproduzir o conhecimento para sua aplicação prática.

Considerando um estudo voltado à aprendizagem na Educação, a abordagem proposta considera que o fenômeno da aprendizagem envolve a conexão entre estímulos, teorias, avaliações e respostas aos quais os indivíduos são expostos. Essa interação resulta na modificação do comportamento em função das experiências vivenciadas no ambiente socioeducacional.

### **4.1 Teorias de Aprendizagem**

As teorias da aprendizagem são fundamentais para compreendermos como ocorre o processo de aprendizagem. Elas buscam interpretar, organizar e prever esse processo de forma sistemática. O conceito de aprendizagem é complexo e envolve diversas variáveis, como a cognição, a motivação, o ambiente e a interação social. “[...] podemos dizer que o processo

ensino/aprendizagem é um conjunto sistematizado de metodologias capazes de mudar um comportamento através da aquisição de novos conhecimentos” (LIMA, 2012, p. 97).

A palavra “metodologia” tem origem no Latim *METHODUS*, que significa “maneira de ir ou de ensinar”, derivado do Grego *methodos*, que se refere a “investigação científica, modo de perguntar” (originalmente “perseguição, ato de ir atrás”). É uma evolução de *metà* (στόχος - “atrás, depois, para além de, mudança, união, transformação”) mais *hodos* (Χρόδος - “caminho”), acrescida de sufixo referente ao Grego *logos* (λογότυπα - “palavra, estudo, tratado”) (ORIGEM DA PALAVRA, 2016; FLEXM4I, 2021). Portanto, metodologia refere-se ao estudo dos métodos, dos caminhos a seguir para alcançar um objetivo ou finalidade. A metodologia do ensino é o estudo das diferentes trajetórias planejadas e vivenciadas pelos educadores para orientar o processo de ensino-aprendizagem em função de objetivos educativos ou formativos específicos (MANFREDI, 1993).

Ainda conforme o autor, a concepção educacional escolanovista fundamenta sua metodologia do ensino em princípios como individualidade, diferenças individuais, ritmos diferenciais, potencialidades individuais e liberdade. Esses princípios são vistos como pilares que orientam a seleção de procedimentos e técnicas neutras, que visam desenvolver as potencialidades dos alunos. A metodologia escolanovista enfatiza a atividade como meio de aprendizagem, a consideração dos ritmos diferenciados de cada aluno, a liberdade e responsabilidade na aprendizagem, e a integração dos conteúdos.

Anastasiou (2001) apud Brighenti, Biavatti e Souza (2015) realiza um resgate histórico dos métodos e metodologias de ensino, destacando a influência duradoura das escolas jesuítas na forma de educar no Brasil. Até hoje, observamos reflexos desse legado, que inclui aulas expositivas, resolução de exercícios, memorização de conteúdos e um sistema rígido de conduta e avaliação, características marcantes do sistema jesuítico.

O método escolástico tinha como objetivo a exposição exata e analítica dos temas, clareza nos conceitos e definições, argumentação precisa e sem digressões, além de uma expressão rigorosa, lógica e silogística, em latim (Anastasiou, 2001, p. 2, apud BRIGHENTI; BIAVATTI; SOUZA, 2015). Segundo o autor, esse método se caracterizava pela sequência didática das atividades, que incluía a exposição, argumentações a favor e contra, e a solução do mestre sobre o assunto. Predominante em muitas universidades europeias, destacando-se a Universidade de Paris, onde se originou e foi denominado método parisiense.

Ainda segundo Brighenti et al (op. cit), o modelo francês-napoleônico foi incorporado ao ensino superior brasileiro durante o período colonial, caracterizando-se por um enfoque profissionalizante e centrado nos cursos e faculdades. Neste modelo, a relação entre professor, aluno e conhecimento era centralizada no professor como transmissor do conteúdo e no estudo das obras clássicas da época. A aceitação passiva dos alunos e a ênfase na memorização para as avaliações eram aspectos fundamentais dessa abordagem.

Na história da educação, várias metodologias surgiram para atender às necessidades de cada período. Entre as abordagens tradicionais, destaca-se aquela que enfatiza a disciplina e o conteúdo, com o professor como o principal detentor e transmissor do conhecimento, uma prática que persiste até os dias atuais. “Na aprendizagem escolar, existem os seguintes elementos centrais, para que o desenvolvimento escolar ocorra com sucesso: o aluno, o professor e a situação de aprendizagem” (RAPOSO; VAZ, 2002).

Os autores também definem as teorias de aprendizagem como uma busca para compreender a dinâmica do ensino e aprendizagem, considerando a evolução cognitiva humana. Elas buscam explicar a relação entre o conhecimento prévio e o novo conhecimento, fornecendo diretrizes para os educadores facilitarem a aprendizagem dos alunos.

Para fundamentar este estudo, abordaremos as principais teorias sobre os processos de aprendizagem: a tradicionalista, o behaviorismo, o cognitivismo, o humanismo, a teoria sociocultural (da aprendizagem social e construtivista) e a teoria da aprendizagem significativa.

A abordagem tradicionalista, na qual se concentra em métodos de ensino mais convencionais, o professor é visto como um especialista em uma determinada área do conhecimento. Para Mizukami (1986) e Saviani (2002), a abordagem tradicionalista do ensino e aprendizagem não se baseia em teorias empiricamente validadas, mas sim em uma prática educativa consolidada ao longo do tempo. Essa abordagem, também conhecida como Pedagogia Tradicional, não é crítica e coloca o professor como figura central.

Nesse contexto, a aprendizagem é vista como uma cerimônia em que o professor é distante e superior hierarquicamente, enquanto os alunos são vistos como receptores passivos de conhecimento pronto. O principal foco desse modelo é a memorização e reprodução de informações transmitidas pelo professor, sem necessariamente buscar uma compreensão mais profunda ou uma aplicação prática do conhecimento.

O Behaviorismo enfatiza a influência dos estímulos externos no comportamento. Em termos de ensino, isso significa que é necessário preparar e organizar os estímulos de reforço que facilitarão a aquisição de comportamentos desejados. Com isso, Mizukami (1986) e Lefrançois (2008) enfatizam que o desenvolvimento das habilidades ocorre por meio da experimentação e das interações dos sujeitos com o meio. A aprendizagem desempenha um papel central na aquisição de novas habilidades, e o foco está na compreensão de como os estímulos externos podem condicionar o comportamento. O contexto educacional e as interações podem influenciar o comportamento dos indivíduos como estímulos positivos ou negativos.

Dê-me uma dúzia de crianças saudáveis, bem formadas, e meu próprio mundo especificado para fazê-los crescer e, garanto, qualquer um que eu pegue ao acaso posso treiná-lo para se transformar em qualquer tipo de especialista que eu poderia escolher - médico, advogado, artista, o comerciante-chefe e, sim, até mesmo mendigo e ladrão, independentemente dos seus talentos, inclinações, tendências, habilidades, vocações e raça dos seus antepassados. (WATSON, 1930, apud OSTERMANN; CAVALCANTI, 2011)

O exemplo de Watson elabora a abordagem comportamentalista e enfatiza a importância de organizar as condições de aprendizagem de forma a estimular o aluno a mudar seu comportamento. O ensino é visto como um processo de condicionamento, no qual o reforço é utilizado para promover as respostas desejadas. Os sistemas instrucionais são projetados para controlar o comportamento dos alunos em relação aos objetivos estabelecidos, buscando modificar o comportamento por meio de estímulos específicos e reforços adequados.

Gagne (1980) postula que a aprendizagem resulta em estados persistentes no aprendiz, denominados capacidades humanas, que incluem informações verbais, habilidades intelectuais, estratégias cognitivas, atitudes e habilidades motoras. O cognitivismo explora os processos mentais envolvidos na aprendizagem e refere-se à capacidade de atribuir significados de acordo com a realidade percebida pela pessoa.

O processo de cognição, conforme descrito por Ostermann e Cavalcanti (2011), refere-se à forma como as pessoas atribuem significados à realidade em que estão inseridas. Esse processo envolve a compreensão, transformação, armazenamento e uso da informação, representando uma atividade mental complexa. A cognição busca identificar padrões e regularidades nesse processo mental, buscando compreender como as pessoas pensam, aprendem, lembram e resolvem problemas.

Em suma, Vygotsky (1994) argumenta que esta compreensão representa o aprendizado bem estruturado que resulta em desenvolvimento mental, desencadeando processos que, de outra forma, não ocorreriam. Ele destaca que o aprendizado é fundamental no desenvolvimento das funções psicológicas humanas, organizadas culturalmente. O conceito central é a Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP), que representa a diferença entre o nível de desenvolvimento real, o que o indivíduo pode fazer sozinho, e o nível de desenvolvimento potencial, o que pode ser alcançado com ajuda. A aprendizagem ocorre de forma dialética, na interação entre o indivíduo e sua cultura.

Já o humanismo e a teoria sociocultural consideram a influência do ambiente social e cultural na aprendizagem, destacando o potencial humano e a autorrealização. Nessa abordagem, o foco está no crescimento pessoal do aluno, valorizando-o como indivíduo e buscando promover sua autorrealização por meio de uma aprendizagem abrangente, que inclua aspectos afetivos, cognitivos e psicomotores, visando ao desenvolvimento integral da pessoa.

Vygotsky (op. Cit.) enfatiza que o desenvolvimento humano ocorre por meio da internalização de instrumentos e signos da cultura, transformando sistemas externos de regulação em meios de autorregulação interna. Isso significa que as habilidades e ferramentas culturais externas são gradualmente incorporadas pelo indivíduo, tornando-se parte de sua capacidade de regular seu próprio comportamento e pensamento.

O conceito de atividade em Vygotsky é fundamental para compreender sua teoria

sociocultural. Ele considera a atividade como a unidade básica de construção da consciência, envolvendo a transformação do meio externo e interno da consciência por meio de instrumentos (externos e orientados para mudanças nos objetos) e signos (internos e orientados para o controle da própria atividade). Isso significa que a atividade não é apenas um processo individual, mas é influenciada pelo contexto social e cultural, e é mediada por instrumentos e signos que moldam a maneira como percebemos e interagimos com o mundo.

O professor é fundamental como modelo e fonte de identificação para o aluno, sendo as interações sociais essenciais para o desenvolvimento cognitivo. Os sistemas de signos, como a linguagem, desempenham um papel crucial na aprendizagem, mediando a relação entre aluno e conhecimento. Com base nisso, e na teoria da aprendizagem significativa, que destaca a importância de conectar novos conhecimentos aos conhecimentos prévios do aluno, também fornece uma base sólida para nossa análise dos diferentes aspectos do processo de aprendizagem.

David Ausubel propôs a teoria da aprendizagem significativa, que enfatiza a importância do conhecimento prévio na assimilação de novos conhecimentos. Segundo essa teoria, os novos conceitos são devidamente aprendidos quando são relacionados de forma não arbitrária com conceitos relevantes que o aprendiz já possui. Esse tipo de aprendizagem é mais significativo, pois permite a integração do novo conhecimento com o conhecimento prévio, tornando a aprendizagem mais coerente, estável e transferível.

Portanto, os professores devem considerar o conhecimento prévio dos alunos ao planejar o ensino. As diferentes teorias de aprendizagem oferecem perspectivas distintas sobre como as pessoas aprendem e como os professores podem facilitar esse processo. Enquanto algumas enfatizam a transmissão de conhecimento pelo professor, outras valorizam a influência dos estímulos externos, os processos mentais subjacentes à aprendizagem, o potencial humano e a autorrealização, ou ainda a interação social e a conexão entre novo conhecimento e conhecimento prévio.

#### 4.1.1 Implicações Educacionais das Metodologias Ativas

As metodologias de ensino para o novo cenário educacional visam construir conhecimentos significativos, desenvolver competências e habilidades para que os estudantes se tornem autônomos, solidários, críticos e capazes de intervir positivamente na sociedade. Essas abordagens enfatizam a formação integral dos alunos, preparando-os para os desafios atuais de forma consciente e responsável, estimulando a criatividade, colaboração e resolução de problemas complexos. “Os métodos e metodologias de ensino são destinados a efetivar o processo de ensino, podendo ser de forma individual, em grupo, coletiva ou socializada-individualizante” (BRIGHENTI; BIAVATTI; SOUZA, 2015, p. 290).

Nos últimos anos, surgiram novas metodologias educativas, conhecidas como "métodos

ativos de ensino", que buscam promover um papel mais ativo dos alunos na sala de aula. Originados nos Estados Unidos, esses métodos têm se expandido para outros países como uma resposta à necessidade de atualização das práticas docentes diante das mudanças sociais e educacionais. Essa abordagem visa melhorar a eficácia do ensino, preparando os estudantes para os desafios do mundo contemporâneo (Vaillant; Marcelo, 2012, apud BRIGHENTI; BIAVATTI; SOUZA, 2015).

Para os autores, esses "métodos ativos de ensino" representam uma abordagem pedagógica que busca envolver os alunos de forma mais ativa em seu próprio processo de aprendizagem. Em vez de apenas ouvir o professor em aulas expositivas, os estudantes são incentivados a participar ativamente por meio de discussões, atividades práticas, resolução de problemas e projetos.

As abordagens pedagógicas atuais priorizam a construção de conhecimento com significado e relevância para os estudantes. Nesse contexto, as metodologias ativas de ensino desempenham um papel crucial, oferecendo uma dinâmica de aprendizado que se alinha às demandas de uma sociedade cada vez mais interconectada e digitalizada. Essas práticas engajam os alunos de forma dinâmica, promovendo a reflexão, a resolução de problemas e o desenvolvimento de habilidades essenciais, tanto para os estudantes quanto para os professores (SEDUC-MA, 2022a). Em concordância, Nagem et al. (2001) destaca a importância das metodologias inovadoras no atendimento às necessidades individuais dos aprendizes. Reconhece-se que cada aprendiz é único, com suas próprias estratégias de aprendizagem e habilidades na resolução de problemas.

Manfredi (1993) argumenta que a defesa dos métodos ativos e a valorização da participação dos alunos no processo de aprendizagem, características fundamentais da concepção escolanovista de educação e metodologia do ensino, alteram o princípio tradicional de relação de poder e submissão, transformando-a em uma relação mais igualitária e afetuosa de camaradagem.

Esses métodos compartilham a ênfase na participação ativa dos alunos, deslocando o papel do professor de mero transmissor de conhecimento para um guia que auxilia os alunos na construção de seu próprio entendimento. Um exemplo disso é a abordagem tradicional de ensino de Física, que muitas vezes se resume a aulas expositivas e resolução de problemas no quadro. Essa abordagem tende a gerar uma postura passiva nos alunos em relação à aprendizagem. (Barros, Remold, Silva e Tagliati (2004), apud ANDRADE, 2016, p. 34) identificaram algumas atitudes decorrentes dessa abordagem, tais como:

- Foco na memorização em vez do entendimento.
- Estudo de última hora para obter notas em vez de buscar conhecimento.
- Avaliação pessoal baseada apenas em notas, sem reflexão sobre o progresso.
- Fragmentação do conhecimento em vez de uma visão integrada.

- Trabalho individual em vez de colaboração com os colegas para solidificar ideias.
- Tentativa de antecipar a perspectiva do professor em vez de repensar sua própria visão de mundo.

A concepção escolanovista de educação desloca o foco para o aluno, considerando suas necessidades, estágio de desenvolvimento, interesses e motivações no processo de ensino-aprendizagem. Isso resulta em uma revolução na metodologia do ensino, que passa a ser vista como um campo de experimentação, um laboratório para testar diversos métodos ativos Manfredi (1993).

Ela sugere que o modelo educacional atual, baseado na estrutura da era industrial, precisa se adaptar às novas demandas da sociedade contemporânea. Anteriormente, a escola era projetada para preparar os alunos para o mercado de trabalho e a vida em uma sociedade industrial, com ênfase em habilidades específicas e repetitivas Robson Pequeno de Sousa, S. C. Moita e Carvalho (2011).

No entanto, com o avanço da tecnologia e da globalização, surgem novas necessidades de formação, que requerem indivíduos mais versáteis, criativos, críticos, colaborativos e adaptáveis. A escola precisa, então, se ajustar para formar profissionais e cidadãos capazes de lidar com os desafios e oportunidades do mundo contemporâneo.

Diante das transformações sociais, tecnológicas e culturais, as metodologias de ensino estão se adaptando para atender às demandas de um mundo em constante mudança. Os métodos ativos de ensino surgem como uma resposta à necessidade de promover uma aprendizagem significativa, buscando reinventar, proporcionando experiências de aprendizagem mais dinâmicas, colaborativas e conectadas com a realidade dos alunos.

#### **4.2 Evolução e abordagens educacionais sociocríticas: aprendizagens por problematização e modelos cognitivos**

A persistência da invariância na educação ao longo de quase um século remonta ao início do século XX, quando o sistema educacional, originalmente caracterizado por aspectos técnicos e artísticos, era destinado exclusivamente à elite dirigente, conforme destacado por Melo (2012). Durante o governo de Getúlio Vargas, uma série de reformas foram implementadas com o objetivo de modernizar o ensino e ampliar a intervenção estatal no setor educacional.

A criação da Secretaria de Estado com denominação “Ministério dos Negócios da Educação e Saúde Pública” pelo “Decreto-Lei nº 19.4402/1930” representa um marco significativo nesse processo evolutivo da educação. A estrutura da sala de aula na década de 1930 no Brasil era bastante diferente da que encontramos hoje, as salas eram geralmente pequenas e mal equipadas, com poucos recursos didáticos. De acordo com a Ávila (2008), as

salas de aula da década de 1930 eram geralmente pequenas, com capacidade para até 40 alunos, os móveis eram simples, geralmente feitos de madeira, e o material didático era escasso.

O ensino era centrado no professor, que era a figura principal da sala de aula. Os alunos eram passivos e recebiam a informação de forma unilateral como afirma Edify Education (2022):

Esse modelo de ensino se solidificou com o passar das décadas e foi sendo replicado nos países colonizados, estruturando, inclusive, o ensino nas escolas brasileiras. Esse método foi construído com a premissa de transmissão de conteúdos, sendo o foco do processo centrado no professor, que é visto como único detentor do conhecimento e o único capaz de repassar esses conteúdos aos seus alunos. (EDIFY EDUCATION, 2022)

Fica evidente que os alunos eram passivos e recebiam a informação de forma unilateral, o professor era o responsável por transmitir o conhecimento, e os alunos eram responsáveis por memorizar e reproduzir o que era ensinado.

Esta forma de ensino se mostrou eficaz por muitos anos, como exemplo temos grandes nomes da ciência como: Albert Einstein, Alexander Fleming, Hans Krebs, James Watson, Max Planck, Ernest Rutherford, Niels Bohr, Henrietta Leavitt entre outros que fizeram parte desse modelo de ensino.

Entretanto, de acordo com Edify Education (2022), a evolução do conhecimento científico, mesmo quando transmitido de maneira convencional, provocou uma transformação no comportamento da sociedade, que passou a adotar métodos de aprendizado distintos. Mesmo diante de métodos de ensino convencionais, a sociedade adota abordagens de aprendizado mais diversas e adaptáveis, incorporando avanços da evolução do conhecimento científico.

Como mencionado por Corno (2008) e Peterson et al. (2018), recentemente, especialistas em Educação têm destacado a importância dos professores adotarem o ensino personalizado, adaptado às necessidades individuais dos alunos, em vez de utilizar práticas como agrupamento por habilidades na mesma turma (*tracking*) ou em turmas separadas (*streaming*).

Outro estudo personalizado é a metodologia de problematização com o Arco de Magueréz, no qual o estudante é considerado o protagonista ativo do processo de aprendizagem. Para (Vasconcellos, 2014, apud COLOMBO; BERBEL, 2007, p. 126), em vez de apenas receber passivamente informações, ele se envolve ativamente na identificação de problemas, na busca por soluções e na reflexão sobre os conteúdos estudados. Essa abordagem destaca o papel do estudante como construtor ativo do seu próprio aprendizado.

De acordo com M. A. Moreira (2005, 2011b), existe uma defesa de um modelo de aprendizagem significativa subversiva, no qual os aprendizes são capacitados para lidar construtivamente com mudanças sem serem dominados por elas. Esse modelo propõe que os aprendizes possam fazer parte da cultura sem serem subjugados por suas ideologias, ritos e mitos. Em outras palavras, a aprendizagem significativa subversiva busca capacitar os aprendizes para

questionar e desafiar as normas estabelecidas, promovendo uma participação ativa e crítica na sociedade.

### 4.3 Concepções acerca da teoria de aprendizagem com o Arco de Magueréz: uma abordagem da problematização

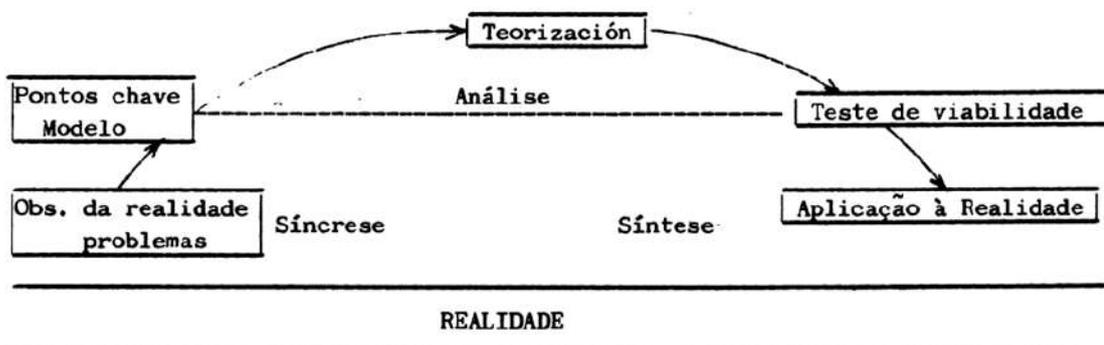
Diante do crescente destaque dado a uma abordagem educacional que prioriza a ativa participação dos alunos na construção do conhecimento, uma metodologia frequentemente utilizada na prática pedagógica ganha destaque, sendo frequentemente associada à abordagem da Problematização.

Domingues (2012), cita que a Metodologia da Problematização com Arco de Magueréz foi proposta por Neusi Aparecida Navas Berbel e colaboradores no período de 1995-1996. Desde sua origem, essa abordagem pedagógica passou por modificações ao longo do tempo, evoluindo para a forma atual como é, usualmente, aplicada.

Segundo (Gagné, 1971, apud BORDENAVE; PEREIRA, 1973, p. 26), a abordagem de aprendizagem de resolução de problemas destaca a importância de combinar princípios já aprendidos para formar novos conhecimentos, enfatizando a capacidade do aluno em identificar os elementos essenciais de uma solução antes de alcançá-la. Isso reflete a ideia de Piaget sobre a construção do conhecimento.

Para Bordenave e Pereira (1973, p. 27), o uso do “Esquema do Arco”, ilustrado na Figura 4.1, como uma estrutura para a resolução de problemas integra conceitos piagetianos de sincretismo, análise e síntese. Ao ensinar os alunos a resolver problemas dessa maneira, permite-se que estes alunos adquiram não apenas novos conhecimentos e habilidades específicas, mas também desenvolvam uma mentalidade de pensamento crítico e estratégico.

**Figura 4.1** – Esquema do Arco apresentado por Bordenave e Pereira (1973): método indutivo e dedutivo da problematização.



Fonte: Bordenave e Pereira (1973)

A expressão, “Arco de Magueréz” foi apresentado pela primeira vez por Bordenave

e Pereira (1982) em seu livro **Estrategias de Enseñanza-Aprendizaje**. Esta ferramenta pedagógica foi desenvolvida pelo médico e filósofo francês Charles Maguerez, no início da década de 1960. Ela é baseada na ideia de que o aprendizado é mais eficaz quando o aluno é capaz de identificar e resolver seus próprios problemas Berbel e Gamboa (2012).

Juan Diaz Bordenave e Adair Martins Pereira foram responsáveis por introduzir a segunda versão do Arco de Maguerez no contexto educacional brasileiro, na década de 1970. “Temos proposto a Metodologia da Problematização como metodologia de ensino, de estudo e de trabalho, para ser utilizada sempre que seja oportuno, em situações em que os temas estejam relacionados com a vida em sociedade” (BERBEL, 1998b, p. 142).

Na terceira versão, o Arco de Maguerez foi estudado por Neusi Aparecida Navas Berbel pela primeira vez em 1992, com base na interpretação de Bordenave e Pereira sobre a estrutura e elementos do Arco. Conforme Berbel (2011), a Metodologia da Problematização é reconhecida como uma abordagem ativa que facilita a organização do processo de ensino-aprendizagem. Essas situações apresentam desafios derivados da realidade cotidiana e tangível do estudante, criando um ambiente propício para questionamentos e o protagonismo do aluno.

A partir dessas observações, estudos no contexto da avaliação e aprendizagem estão direcionando a demanda por novas metodologias que buscam superar o tecnicismo, a fragmentação e o reducionismo presentes no modelo tradicional de ensino. Essas abordagens ativas de ensino-aprendizagem, ao buscarem romper com o padrão convencional, têm como base pressupostos centrados na reflexão, fornecendo as ferramentas necessárias para que os indivíduos possam refletir sobre o processo e o ambiente em que estão inseridos (BERBEL; GAMBOA, 2012).

A metodologia de Problematização de Maguerez, incorporada nesta dissertação, fundamenta-se no conceito proposto por Berbel (1999). De acordo com a autora, essa abordagem inicia-se pela identificação dos problemas concretos e visa encontrar soluções para eles, ao mesmo tempo em que promove a reflexão sobre os aspectos sociais, políticos e éticos envolvidos, tanto por parte dos professores quanto dos estudantes.

Para alcançar essas soluções, Berbel, nessa versão da Figura 4.2, propõe o uso do Arco de Maguerez, composto por cinco etapas distintas: Observação da Realidade, Identificação de Pontos-Chave, Teorização, Formulação de Hipóteses de Solução e Aplicação.

**Figura 4.2** – Arco de Maguerz



Fonte: Monteiro e Souza Marcelino (2018)

Na fase inicial, **Observação da realidade (Problema)**, focaliza-se uma unidade de estudo ou tema específico. Encoraja-se uma observação minuciosa e o registro das percepções, facilitando a identificação de dificuldades e discrepâncias que são posteriormente problematizadas, transformando-se em questões a serem investigadas (BERBEL, 1998b, – grifo nosso).

Na segunda fase, **Estimulando pontos-chave**, volta-se para uma reflexão sobre as possíveis causas do problema, sejam elas diretas ou indiretas, buscando compreender todo o contexto. Nessa etapa, realiza-se uma análise para identificar e estabelecer pontos-chave ou questões fundamentais a serem investigadas, buscando responder à pergunta: **“Por que esse problema existe?”**. Segundo Berbel (1998b, p. 143), a complexidade desses fatores leva à percepção de que os problemas de ordem social, como os relacionados à educação, à saúde, à cultura e às relações sociais, são geralmente complexos e frequentemente influenciados por múltiplos fatores.

Na terceira etapa, **Metodologia da problematização (Teorização)**, é apropriado elaborar respostas mais aprofundadas para o problema em questão. A teorização encoraja os alunos a buscar conhecimento para auxiliar na compreensão dos pontos-chave e das causas dos problemas selecionados, envolvendo uma reflexão sobre conceitos já conhecidos no cotidiano. Os dados coletados, registrados e processados são analisados e discutidos em busca de significados, mantendo sempre o foco no problema em consideração Berbel e Gamboa (2012, – grifo nosso).

A quarta etapa, **Sobre as Hipóteses de Solução**, na elaboração de alternativas viáveis para solucionar os problemas identificados, os alunos são incentivados a pensar de maneira crítica e criativa. Com base na teorização realizada anteriormente, eles formulam ideias ou hipóteses de solução para os problemas, conhecidas como “hipóteses de solução”. Bordenave afirma que o aluno utiliza a realidade como ferramenta de aprendizado, ao mesmo tempo em que se prepara para transformá-la. Então, emergem as hipóteses sobre como deveríamos conduzir a análise das possíveis soluções (BORDENAVE; PEREIRA, 1989, p. 25).

A quinta etapa – **Busca-se aplicação à realidade**, nesta fase, é crucial que alguma prática seja realizada, mesmo que pequena, para solucionar e transformar o problema inicialmente identificado. Isso permite intervir, praticar e lidar com situações relacionadas à solução do problema. O aluno é estimulado a aplicar as soluções encontradas na realidade, selecionando aquelas que são mais viáveis para serem implementadas e resolver o problema (COLOMBO; BERBEL, 2007, – grifo nosso).

Para Berbel e Gamboa (2012), a Metodologia da Problematização é considerada uma verdadeira metodologia, entendida como um conjunto de abordagens educacionais. No entanto, o estudo não pode apresentar resultados com a indicação de uma única teoria da educação como influenciadora do nosso entendimento e da sua utilização no contexto da formação de professores e alunos. A primeira versão do arco é marcada pela pedagogia tradicional.

Os autores explicam que houve um fortalecimento de características de uma educação ou pedagogia renovada com traços de outras visões de mundo e de educação, conforme foram sendo divulgadas e incorporadas por educadores, como a versão libertadora e a dialética, na segunda e terceira versões explicativas. Ocorreram flutuações entre teorias humanistas modernas da educação, teorias críticas como a pedagogia fenomenológica e pedagogias críticas dialéticas, que enfatizam a práxis, representando uma diversidade de perspectivas no campo educacional.

#### 4.3.1 Aplicação de metodologia ativa com o Arco de Magueréz

A aplicação da metodologia ativa com o Arco de Magueréz pode ser encontrada em diversos trabalhos acadêmicos, projetos de pesquisa, práticas pedagógicas, publicações científicas, revistas acadêmicas, teses, dissertações, relatórios técnicos e em diversas outras fontes e atividades de formação profissional.

Um exemplo notável é aquele encontrado no trabalho de Rodrigo Kendi Kimura intitulado “O Arco de Magueréz: uma proposta para as aulas de química”. Neste trabalho, são apresentadas orientações e atividades desenvolvidas no laboratório de Química, com o objetivo de solucionar problemas identificados em aulas práticas que tradicionalmente seguem um formato de "receita", nas quais os alunos recebem um roteiro pronto a ser seguido, com o passo a passo já estabelecido (KIMURA, 2020a).

Outro exemplo dessa aplicação está contido no trabalho de Azarias, C. A. Silva e Santana (2019)<sup>1</sup>, sob título “Aplicação do Arco de Magueréz no Ensino de Física”. Essa pesquisa ressaltou a necessidade de aprimorar o processo de ensino-aprendizagem através de uma abordagem metodológica na qual o educador se posiciona como um eterno aprendiz diante desse processo.

Nesse sentido, ao ouvir os educandos, o educador busca maneiras de estimulá-los, com

---

<sup>1</sup>Pesquisadores da Escola de Ciências Exatas e da Computação. Licenciatura plena em Física. Pontifícia Universidade Católica de Goiás. Goiânia-GO-Brasil.

o objetivo de permitir que se envolvam cognitivamente e enfrentem o problema da falta de motivação diante dos conteúdos curriculares. Outro aspecto destacado foi a compreensão, do ponto de vista dos educandos, em relação ao processo de ensino-aprendizagem de Física, por meio da adoção de uma atividade que utilizava uma ferramenta online e o Arco de Maguerez como metodologia ativa (AZARIAS; SILVA, C. A.; SANTANA, 2019).

Em ambas as pesquisas, os materiais e métodos demonstraram a relação com o Arco de Maguerez, baseando-se na segunda versão, apresentada por Bordenave e Pereira (1982), e em sua ampliação, consistindo nas seguintes etapas: “observação da realidade (problema); pontos-chave; teorização; hipóteses de solução; aplicação à realidade”. Essas metodologias e estratégias apresentadas nos estudos visaram proporcionar uma aprendizagem significativa no ensino de ciências da natureza, bem como abordar outras questões pedagógicas, como a problematização.

Em síntese, essa metodologia possui cinco etapas distintas que têm a realidade como ponto de partida e ponto de chegada. Para Berbel (1998b), a metodologia da problematização segue uma orientação geral, assim como todo método, avançando por etapas distintas e interligadas a partir da identificação de um problema na realidade. O objetivo principal é fazer com que o estudante tome consciência do seu ambiente e haja intencionalmente para transformá-lo, visando uma melhoria na situação identificada.

#### **4.4 Fundamentos da aprendizagem cognitivista de Ausubel e a Teoria da Aprendizagem Significativa Crítica de Moreira**

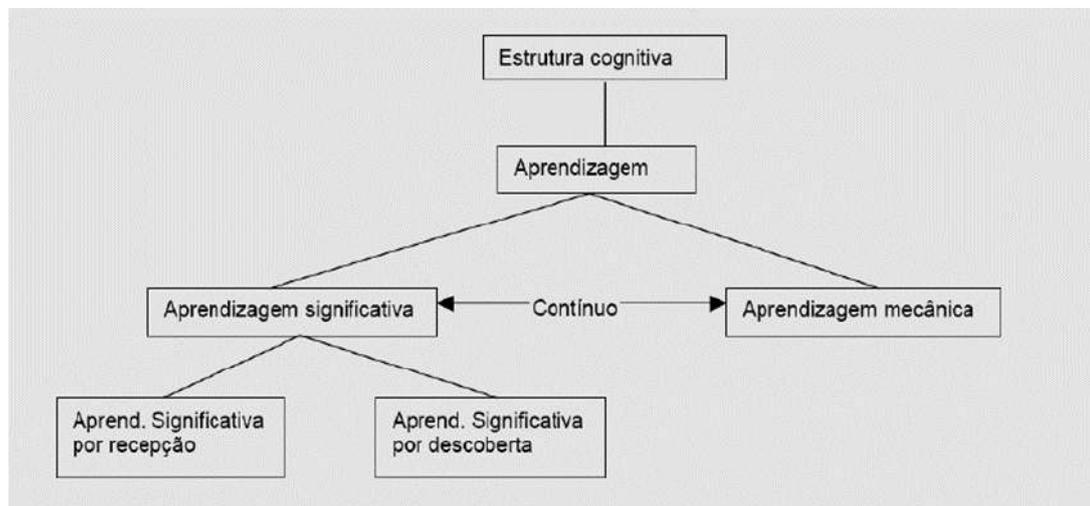
A abordagem construtivista da cognição é uma teoria que destaca o papel ativo do aprendiz na construção do conhecimento. Para M. A. Moreira e Masini (2001), essa perspectiva construtivista da cognição, descrita por Ausubel, enfatiza o processo de compreensão, transformação, armazenamento e uso da informação durante a aprendizagem. De acordo com essa teoria, a percepção e a memória são atos de construção que dependem das condições pessoais de quem realiza o processo.

Uma fundamentação cognitivista da aprendizagem concentra-se nos processos internos da mente humana relacionados ao aprendizado e à estruturação do conhecimento. Embora valorize a aprendizagem por descoberta, essa abordagem também destaca a importância da aula expositiva. Envolve a “ampliação” da estrutura cognitiva ao incorporar novas ideias e informações a ela. As estruturas cognitivas são hierarquias de conceitos que refletem as representações do indivíduo (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980a). Esse enfoque sugere que o autor busca explicar os mecanismos cognitivos envolvidos no aprendizado e oferece propostas práticas para o contexto acadêmico.

Segundo Ausubel, Novak e Hanesian (1980b), a ênfase está na aquisição, armazenamento e organização das ideias na estrutura cognitiva do indivíduo (apud FARIA, 1989, p. 8). Nessa

teoria, os principais conceitos relativos à aprendizagem se articulam em torno da ideia de aprendizagem significativa como exposto na Figura 4.3.

**Figura 4.3** – Conceitos básicos da a aprendizagem significativa de Ausubel



**Fonte:** Faria (1989)

O autor menciona ainda que a estrutura cognitiva compreende o conjunto total e organizado de ideias de um indivíduo em geral, ou, em um contexto específico de aprendizagem, refere-se ao conteúdo e sua à organização em uma área particular de conhecimento.

De acordo com M. A. Moreira e Masini (2016), essa concepção foi proposta por David Ausubel (1918-2008), um psicólogo americano conhecido por suas contribuições para a psicologia educacional e estudo da teoria da aprendizagem significativa. Essa abordagem é considerada uma perspectiva clássica da aprendizagem, sendo estruturada por ele na década de 1960 até ser reiterada nos anos 2000.

Ausubel teorizou que a aprendizagem significativa ocorre quando os alunos conseguem relacionar novas informações com seus conhecimentos prévios, chamados de subsunçores. Para Bessa (2008), os elementos subsunçores são fundamentais no processo de aprendizagem, sendo representados pelo conhecimento prévio e pelos conceitos anteriormente formulados pelo aprendiz. Eles também podem incluir elementos utilizados pelo professor para auxiliar na organização do conhecimento a ser construído pelo aluno.

Segundo Ausubel, Novak e Hanesian (1980b), os conceitos subsunçores, também conhecidos como conceitos incorporadores, integradores, inseridores ou âncoras, são elementos do conhecimento prévio que servem como base para a assimilação de novas aprendizagens. A aprendizagem significativa é o processo pelo qual uma nova informação é relacionada de forma não arbitrária e substantiva. M. A. Moreira (1999, p. 153) descreve um exemplo dessa estrutura cognitiva como uma organização hierárquica de conceitos na mente, formada pela assimilação de novas informações aos conhecimentos prévios, resultando em uma representação das experiências do indivíduo. Para M. A. Moreira (1999):

Em Física, por exemplo, se os conceitos de força e campo já existem na estrutura cognitiva do aluno, eles servirão de subsunçores para novas informações referentes a certos tipos de força e campo como, por exemplo, a força e o campo eletromagnéticos. Entretanto, este processo de "ancoragem" da nova informação resulta em crescimento e modificação do conceito subsunçor. Isso significa que os subsunçores existentes na estrutura cognitiva podem ser abrangentes e bem-desenvolvidos, ou limitados e pouco desenvolvidos, dependendo da frequência com que ocorre aprendizagem significativa em conjunção com um dado subsunçor. No exemplo dado, uma idéia intuitiva de força e campo serviria como subsunçor para novas informações referentes a forças e campos gravitacional, eletromagnético e nuclear, porém, na medida em que esses novos conceitos fossem aprendidos de maneira significativa, isso resultaria num crescimento e elaboração dos conceitos subsunçores iniciais, isto é, os conceitos de força e campo ficariam mais elaborados, mais inclusivos e mais capazes de servir de subsunçores para novas informações relativas a forças e campos, ou correlatas. (MOREIRA, M. A., 1999, p. 153-154)

Ainda segundo o autor, se considerarmos que a aprendizagem significativa é mais vantajosa que a aprendizagem mecânica e que ela requer a presença prévia de conceitos subsunçores, surge a questão do que fazer quando esses conceitos estão ausentes. Nesse cenário, como tornar a aprendizagem significativa? De onde vêm e como se formam os subsunçores?

Para Valadares e M. A. Moreira (2009), a aprendizagem significativa ocorre por meio da interação cognitiva entre o novo conhecimento e o conhecimento prévio do aprendiz. Nesse processo, que é não-literal e não-arbitrário, o novo conhecimento adquire significado para o aprendiz, enquanto o conhecimento prévio se torna mais rico, diferenciado, elaborado, em termos de significados, e mais estável.

Contudo, essa aprendizagem significativa deve nortear a interação entre a estrutura cognitiva e novas informações, nas quais estas adquirem significado e são integradas à estrutura existente no educando. Compreender a organização lógica do material a ser aprendido é fundamental neste modo de ensino. Tal processo, define as novas informações que são integradas à estrutura cognitiva existente, resultando em uma aprendizagem mais profunda e duradoura (MOREIRA, M. A., 1999).

Em resumo, para o autor, quando o aluno não tem os conceitos necessários para assimilar um novo conteúdo, o professor deve apresentar esses conceitos antes de introduzir o novo material. Se o aluno já possui os conceitos, mas eles não estão ativos, o professor deve usar organizadores prévios para ativar esses conhecimentos na estrutura cognitiva do aluno.

A Teoria da Aprendizagem Significativa Crítica de Moreira é um modelo de aprendizagem desenvolvido pelo professor e pesquisador brasileiro Marco Antônio Moreira. Embora tenha como base a teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel, essa abordagem também incorpora outros elementos, como a motivação, a atenção e a interação social (MOREIRA, M. A., 2011b).

Postman e Weingartner (1969, p. 4) conceituam a aprendizagem significativa crítica como uma perspectiva que possibilita ao sujeito estar inserido em sua cultura ao mesmo tempo

em que mantém uma distância e posição crítica em relação a ela. Essa abordagem antropológica permite que o indivíduo participe das atividades de seu grupo social, ao mesmo tempo em que reconhece quando a realidade se distancia a ponto de não ser mais compreendida pelo grupo.

No entanto, sob a perspectiva de M. A. Moreira (2010), acredita-se que apenas a aprendizagem significativa crítica pode, de forma subversiva, fundamentar a educação de pessoas com essas características. O ensino subversivo de Postman e Weingartner só será verdadeiramente subversivo se conduzir à aprendizagem significativa crítica.

Esta pesquisa de dissertação também se baseia metodologicamente nos estudos de M. A. Moreira (2011b) sobre a facilitação da aprendizagem significativa crítica, considerando-a uma abordagem viável para implementação em sala de aula. Essa abordagem é crítica (subversiva) em relação às práticas educacionais convencionais. MOREIRA, M. A., (op. cit. p. 240) propõe nove princípios que orientam esse tipo de ensino:

1. **Princípio da interação social e do questionamento (ensinar/aprender perguntas ao invés de respostas):** A interação social é fundamental para que ocorra um episódio de ensino, no qual o professor e o aluno compartilham significados relacionados aos materiais educativos do currículo;
2. **Princípio da não centralidade do livro de texto (do uso e instrução de documentos, artigos e outros materiais educativos diversos):** O livro de texto é considerado uma autoridade do qual o conhecimento emana, mas é importante diversificar os materiais educativos. A educação para a diversidade é essencial, e descompactar essa diversidade implica em questionar diversos aspectos do conhecimento produzido: Qual o assunto de interesse? Qual a pergunta tentou responder? Quais os conceitos envolvidos? Qual a metodologia? Qual o conhecimento exerceu? O que aprendeu? O que objetiva?
3. **Princípio do aprendiz (perceptor/representador):** A crítica às práticas escolares tradicionais inclui a visão dos alunos como meros receptores do conhecimento. A teoria da aprendizagem significativa destaca que a aprendizagem receptiva, em que o novo conhecimento é recebido pelo aprendiz, é fundamental para assimilar a informação, ou seja, a aprendizagem receptiva é considerada o mecanismo humano por excelência para assimilar e reconstruir internamente a informação (AUSUBEL, 2000);
4. **Princípio do conhecimento como linguagem (a linguagem não neutra no processo de perceber/avaliar percepções):** A chave para compreender um conhecimento ou conteúdo está em conhecer a linguagem que o representa. Aprender essa linguagem de forma crítica significa percebê-la como uma nova maneira de perceber o mundo;
5. **Princípio da consciência semântica (tomar consciência social crítica):** O significado está nas pessoas, não nas palavras, pois estas podem mudar de significado ao longo do

tempo. Alunos e professores compartilham significados sobre os materiais educativos do currículo, o que ressalta a importância da interação social na construção do conhecimento;

6. **Princípio da aprendizagem pelo erro (buscar sistematicamente o erro é pensar criticamente):** A aprendizagem significativa crítica envolve aprender a aprender, buscando sistematicamente o erro e encarando-o como parte natural do processo. É um processo de pensar criticamente, rejeitando certezas e aprendendo com a superação dos erros;
7. **Princípio da desaprendizagem (aprender a desaprender é aprender a distinguir):** Desaprender, nesse contexto, significa não utilizar o conhecimento prévio que impede a compreensão do novo conhecimento. Não se trata de apagar conhecimento, mas de não o usar como base para a assimilação do novo. Aprender a desaprender envolve distinguir entre o relevante e o irrelevante no conhecimento prévio, libertando-se do irrelevante. Essa habilidade é essencial para lidar com um ambiente em constante transformação;
8. **Princípio da incerteza do conhecimento (perguntas são instrumentos de percepção):** A aprendizagem significativa crítica ocorre quando o aprendiz reconhece que as definições são construções humanas. Perguntas moldam as respostas, definições são instrumentos para pensar e metáforas são mais do que figuras poéticas, são formas de pensamento. O princípio da incerteza do conhecimento destaca que nossa visão de mundo é moldada pelas definições, perguntas e metáforas que utilizamos, elementos inter-relacionados na linguagem humana. Nosso conhecimento, sendo uma construção nossa, pode estar sujeito a erros e depende da forma como o construímos;
9. **Princípio da não utilização do quadro-de-giz (participação ativa do aluno e diversidade de estratégias de ensino):** A utilização de estratégias instrucionais que envolvam a participação ativa dos alunos, como atividades colaborativas, seminários e projetos, é fundamental para facilitar a aprendizagem significativa crítica. Estas estratégias substituem o ensino transmissivo representado pelo quadro-de-giz, permitindo uma abordagem centrada no aluno e facilitando a implementação dos princípios da aprendizagem significativa crítica em sala de aula.

Além disso, Moreira enfatiza a importância da construção do conhecimento pelo aluno, da aprendizagem em um contexto social, da motivação do aluno, da relevância do conteúdo para seus interesses e necessidades, da progressão da aprendizagem e da consolidação do que foi aprendido. O sujeito precisa primeiro aprender o conteúdo de forma significativa para depois poder criticá-lo. O conhecimento prévio é a variável mais importante nesse processo.

O princípio do abandono da narrativa enfatiza a importância de permitir que o aluno fale e expresse suas interpretações. Essa estratégia facilita a implementação de outros princípios em sala de aula, bem como a atividade mediadora do professor. A abordagem do ensino centrado no aluno, com o professor atuando como mediador, destaca-se atualmente, incentivando o aluno a

ser mais participativo e o professor a assumir um papel mais orientador. Por que não deixar que o aluno interprete o que está nos livros e externalize sua interpretação aos colegas e ao professor? (MOREIRA, M. A., 2010).

Todavia, analisando as diferenças entre as teorias de Ausubel e Moreira, foi possível constatar que, enquanto Ausubel enfatiza a importância de relacionar o novo conhecimento com os conceitos relevantes já existentes na estrutura cognitiva do indivíduo, Moreira adota uma abordagem crítica, buscando não apenas a compreensão dos conceitos e a aprendizagem significativa, mas também uma reflexão sobre o contexto social, político e cultural em que esses conceitos estão inseridos.

#### 4.4.1 Aplicação da Teoria da Aprendizagem Significativa Crítica de Moreira

A Teoria da Aprendizagem Significativa Crítica de Moreira é aplicada em várias áreas que transcendem a sala de aula, como trabalhos acadêmicos, projetos de pesquisa, práticas pedagógicas, publicações científicas, revistas acadêmicas, teses, dissertações, relatórios técnicos e atividades de formação profissional, educativa e curricular.

Para M. A. Moreira (2011a), a aprendizagem significativa crítica permite ao aluno fazer parte de sua cultura sem ser subjugado por ela, seus ritos, mitos e ideologias. Essa abordagem possibilita ao aluno construir uma postura de acordo com as mudanças impostas pela sociedade contemporânea sem deixar-se dominar por ela (MOREIRA, A. F. B.; CANDAU, 2007).

Um exemplo de aplicação da teoria da aprendizagem significativa crítica em ambiente educacional está no trabalho de Gilliane Höehr Clavé Baggio<sup>1</sup>, com o título “Construção e implementação de UEPS: contribuições para aprendizagem significativa de conceitos de eletrodinâmica”. Nesta pesquisa são abordados dados que se concentram na construção e implementação de Unidades de Ensino Potencialmente Significativas (UEPS) e seu impacto na aprendizagem significativa de conceitos de Eletrodinâmica. Ela se baseia na Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel e na Teoria da Aprendizagem Significativa Crítica de Marco Antônio Moreira.

Nesse contexto, o estudo buscou compreender como as UEPSs contribuem para a aprendizagem significativa de estudantes do terceiro ano do ensino médio em uma escola pública de Santa Maria/RS. Isso foi feito por meio da aplicação direta da metodologia descrita e elaborada em três UEPS, as quais contêm atividades diversificadas e embasadas no cotidiano dos alunos. O objetivo principal da pesquisa foi identificar e analisar como a aplicação das UEPSs contribui para a aprendizagem significativa dos conceitos apresentados (BAGGIO, 2019).

Cortelazzo et al. (2018) observam que, para enfrentar os desafios do ensino das ciências,

---

<sup>1</sup>Pesquisador do Programa de Pós-graduação e Educação Matemática e Ensino de Física, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS) e Mestre em Ensino de Física.

especialmente da Física, tem-se explorado o uso de diversas metodologias. Destaca-se a importância de integrar teoria e prática, unindo sala de aula e laboratório, para evitar a dicotomia entre esses elementos. Assim, as experimentações devem estar contextualizadas em situações/etapas que remetam aos fenômenos naturais, de modo que os alunos possam relacioná-las a sua rotina de estudos.

M. A. Moreira (2011b) relata que em cada etapa, é fundamental diversificar os materiais e as estratégias de ensino, priorizar o questionamento em vez de respostas prontas e promover o diálogo e a crítica. Como parte das atividades ao longo da UEPS, os alunos podem ser incentivados a propor situações-problema relacionadas ao tópico em estudo. A ideia de aprendizagem significativa está associada ao conceito de que o aluno não é uma “tábula rasa”, ou seja, ele não começa o processo de aprendizagem do zero, mas traz consigo uma bagagem de conhecimento prévio.

Baggio (2019) também fez uso da ferramenta UEPS e apresentou sequências didáticas fundamentadas na teoria da aprendizagem significativa crítica. O principal objetivo foi criar uma sequência de passos para desenvolver uma unidade de ensino que facilite a aprendizagem significativa de tópicos específicos de conhecimento, tanto declarativo quanto procedimental.

Outro exemplo dessa aplicação didática está contido no trabalho de Frank Herik Valente Silva<sup>1</sup>, sob o título “Aprendizagem de conceitos de eletrodinâmica para o ensino médio: construção e implementação de uma UEPS”. Essa pesquisa também ressaltou a necessidade de aprimorar o processo de ensino-aprendizagem através de uma abordagem focada na análise do ensino de conceitos específicos de eletrodinâmica, como corrente elétrica, resistores, associação de resistores em série e em paralelo, potência elétrica e energia elétrica. Essa abordagem, baseada na aplicação da teoria da aprendizagem significativa, é implementada através do desenvolvimento e utilização de experimentos construídos com materiais alternativos e de fácil aquisição. O objetivo é promover a integração entre atividades teóricas e práticas por meio de duas sequências didáticas distintas.

O trabalho de Roberto Alexandre Magnoni<sup>2</sup> sobre “A Física no Ensino Médio: Possibilidades Pedagógicas para o Ensino da Cinemática” parte do pressuposto de que o ensino de Física deve ser voltado para a diversidade de interesses dos alunos, focando em investigar como essa disciplina vem sendo ensinada no Ensino Médio, especialmente no que diz respeito à cinemática. O estudo busca identificar as dificuldades, abordagens didáticas, teorias, processos de aprendizagem, metodologias e avaliações aplicadas no ensino da cinemática, visando apontar caminhos para melhorar o ensino de Física nesse contexto.

---

<sup>1</sup>Pesquisador do Programa de Mestrado Profissional Nacional em Ensino de Física – polo UFMA e Mestre em Ensino de Física com linha de Pesquisa em Processos de ensino e aprendizagem e tecnologias de informação e comunicação no ensino de Física.

<sup>2</sup>Pesquisador e Especialista em Educação: Métodos e Técnicas de Ensino – Pólo UAB do Município de Umuarama, PR, Modalidade de Ensino a Distância, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR – Câmpus Medianeira.

A pesquisa revelou que o ensino de Física tem sido desestimulante para muitos alunos, pois muitos professores se limitam a usar apenas o quadro negro, o livro didático e o giz em suas aulas, negligenciando a parte experimental. Além disso, de acordo com alguns autores estudados, o ensino da cinemática deve integrar aspectos qualitativos e quantitativos. A compreensão da teoria facilita a realização dos cálculos, tornando o aprendizado mais eficaz para os alunos (MAGNONI, 2014).

Para o pesquisador, ficou evidente que as atividades experimentais são fundamentais no ensino da cinemática. O autor ainda debateu sobre alguns trabalhos publicados que sugeriram a utilização dos recursos didáticos disponíveis nas escolas, como laboratórios de informática, laboratórios de Física, atividades na quadra esportiva, entre outros. M. A. da Silva (2014) argumenta que o estudo da Física é fundamental para compreender e explorar situações reais e concretas enfrentadas pelos alunos. Os princípios físicos fornecem respostas a essas situações, promovendo o interesse pela ciência e a compreensão da natureza.

Magnoni (2014) destaca a importância do desenvolvimento de habilidades e competências dos alunos no que concerne ao ensino de Física. Ao participar ativamente de experimentos e atividades práticas, os alunos não apenas compreendem melhor os conceitos físicos, mas também conseguem relacioná-los com situações do cotidiano, o que torna o aprendizado mais significativo. Além disso, ao construírem seus próprios experimentos, com a orientação do professor, os alunos desenvolvem a capacidade de aplicar os conceitos de forma prática e autônoma, preparando-se para utilizar esses conhecimentos em suas vidas após a conclusão do Ensino Médio (MIRANDA, 2009).

M. A. Moreira (2010) defende que os alunos devem compreender claramente os fenômenos físicos explicados pelo professor, construindo seu próprio conhecimento e atribuindo significado a esses fenômenos. Para alcançar esse objetivo, os professores precisam proporcionar uma aprendizagem diferente daquela geralmente encontrada nas escolas tradicionais, nas quais os alunos são passivos e se tornam simples receptores de informações, muitas vezes sem significado para eles.

Para Vygotsky et al. (1998), as interações sociais e a instrução de um tutor qualificado são essenciais para que o aluno alcance um nível mais elevado de desenvolvimento. Ele acreditava que esses educandos podem realizar atividades com a orientação de um orientador ou colega mais experiente. O aprendizado estruturado impulsiona o desenvolvimento mental, desencadeando processos que seriam impossíveis de ocorrer de outra forma, o que ele chamou de “zona de desenvolvimento proximal”. Dessa forma, o aprendizado não apenas reflete o desenvolvimento, mas também o impulsiona, abrindo caminho para novas conquistas cognitivas.

Todos os trabalhos apresentados destacaram a importância de considerar o aprendizado crítico na escola para o desenvolvimento mental, especialmente na perspectiva vygotskyana. Essa abordagem enfatiza as relações entre os indivíduos e as formas culturais de comportamento,

e é fundamental nas convicções e práticas pedagógicas da Aprendizagem Significativa Crítica e do Ensino Potencialmente Significativo de Moreira. Ambas as abordagens consideram a análise do conhecimento prévio dos alunos, principalmente conceitos científicos.

#### **4.5 Aprendizagem Significativa crítica e os fundamentos da problematização: a união de duas teorias**

A Teoria da Aprendizagem Significativa Crítica de Moreira enfatiza a importância da compreensão crítica na construção do conhecimento, surgindo como uma aliada poderosa na educação contemporânea. O Arco de Magueréz, por sua vez, representa um modelo pedagógico centrado na construção do pensamento reflexivo. Ele destaca a importância da problematização das informações, a (re)construção de conceitos e o compartilhamento das experiências dos alunos.

Oferecendo um caminho estruturado que promove a participação ativa dos estudantes no processo de aprendizagem, o Arco de Magueréz abrange cinco etapas, que vão desde a Aplicação na Realidade até a Observação da Realidade. Segundo Damasceno e Aparecida Said (2008), o método problematizador sensibiliza o indivíduo sobre seus comportamentos no meio, desvelando e transformando a realidade em ação prática. Ele representa uma alternativa que enfoca a construção de conhecimento a partir de experiências significativas.

Enfatizando uma abordagem mais profunda e reflexiva, os nove princípios estabelecidos por Moreira na Teoria da Aprendizagem Significativa Crítica destacam aspectos fundamentais, como a aprendizagem pelo erro, a não centralidade do livro de texto e a interatividade social. A adoção de apenas um livro contraria a aprendizagem crítica. Compreender algo significa construir um modelo mental desse algo. “O que mais pode um professor fazer por seus alunos do que ensinar-lhes a perguntar, se está aí a fonte do conhecimento humano?” (MOREIRA, M. A., 2010, p. 9).

Exploraremos a integração dos princípios de Moreira com as etapas do Arco de Magueréz, promovendo uma abordagem pedagógica abrangente. Esta integração molda não apenas a forma como se interage com o conhecimento, mas também as habilidades reflexivas, críticas e a capacidade de aplicar o aprendizado de forma significativa. Destacaremos como essa aliança pode transformar a experiência educacional, preparando os alunos para desafios complexos e contribuindo para um mundo em constante evolução.

##### **4.5.1 Etapa I do Arco e Princípio da Interatividade Social**

Na metodologia do Arco de Magueréz, durante a Observação da Realidade, os estudantes interagem socialmente ao observar e discutir a realidade em grupo, incentivando o questionamento e promovendo uma abordagem crítica e reflexiva (Princípio da Interatividade

Social e do Questionamento). É importante ressaltar que isso não exclui momentos em que o professor explicará o conteúdo ou determinado assunto. O aluno deve ser incentivado a fazer questionamentos relevantes, usando seu conhecimento prévio de forma não-arbitrária e não-literal, o que indica aprendizagem significativa, conforme destaca M. A. Moreira (2010).

O autor enfatiza que aprender de maneira crítica significa perceber uma nova linguagem como uma nova forma de compreender o mundo. Isso envolve o uso de materiais diversos que representam a produção de conhecimento humano, como artigos científicos, contos, poesias e obras de arte.

Durante esta etapa, os alunos exploram a realidade diretamente, rompendo com a dependência exclusiva de livros (Princípio da Não Centralidade do Livro de Texto). Eles começam a expressar suas percepções e compreensões, utilizando a linguagem como ferramenta para representar o conhecimento adquirido pela experiência direta (Princípio do Conhecimento como Linguagem).

A reflexão sobre a prática e a experiência não são suficientes para resolver todos os problemas. É fundamental também contar com estratégias, procedimentos e uma sólida cultura geral para melhorar a capacidade reflexiva e a eficácia do trabalho, bem como identificar o que e como mudar. Isso possibilita que intervenham nessa realidade e contribuam para sua transformação, analisando criticamente os contextos históricos, sociais, culturais e organizacionais em que ocorrem as atividades docentes (LIBÂNEO, 2005).

Os estudantes podem cometer equívocos e perceber a importância do aprendizado através da experiência, alinhando-se ao princípio da aprendizagem pelo erro. A análise do fenômeno proposto envolve a interpretação e compreensão semântica do ambiente estudado, relacionando os elementos observados com os significados atribuídos pelos alunos (Princípio da Consciência Semântica).

#### 4.5.2 Etapa II do Arco e o Princípio do Conhecimento

Para que os estudantes possam identificar os pontos-chave de um fenômeno ou conceito, eles expressam suas percepções e representações mentais desses elementos. Isso significa que o aprendiz não apenas assimilar passivamente informações, mas também interpreta, organiza e atribui significado ao que está aprendendo. Dessa forma, o aluno se torna um ativo construtor do conhecimento, atuando como perceptor (que percebe e interpreta) e representador (que representa mentalmente) dos conceitos estudados.

Durante a fase de Pontos-chave, os alunos exploram a realidade sem depender apenas de livros didáticos, valorizando a experiência prática e a interação direta com o contexto (Princípio da Não Centralidade do Livro de Texto). Em concordância, Freire (2005) defende que o diálogo é um encontro entre pessoas que pensam e agem reflexivamente para transformar o mundo. Ele

não deve ser visto apenas como uma transmissão de ideias, mas sim como uma troca significativa para construir conhecimento e promover mudanças.

Durante a identificação dos pontos-chave, os alunos expressam interpretações e compreensões, utilizando a linguagem para representar o conhecimento adquirido na observação (Princípio do Conhecimento como Linguagem). Ao cometerem equívocos, aprendem com a experiência, contribuindo para a aprendizagem pelo erro (Princípio da Aprendizagem pelo Erro). “Assim, o papel do estudante também passa por um processo de transformação, ele deixa de ser subestimado para se tornar um participante ativo no processo de construção de conhecimento” (GEMIGNAMI, 2012, p. 10 apud SEDUC-MA, 2022a, p. 20). Os princípios do Conhecimento como Linguagem e da Aprendizagem pelo Erro transformam o papel do estudante, que se torna ativo na construção do conhecimento.

#### 4.5.3 Etapa III do Arco e a desconstrução de pensamentos

Nesta modalidade, os alunos têm a oportunidade de interagir socialmente, discutindo ideias, questionando conceitos e construindo coletivamente teorias a partir da análise dos pontos-chave observados, como parte do Princípio da Interatividade Social e do Questionamento na Teorização.

De acordo com Pellizari et al. (2002), na aprendizagem significativa, os alunos conectam os novos conhecimentos de forma substancial aos conceitos previamente adquiridos, o que promove o armazenamento e a recordação dessas informações por um período prolongado. Esse processo facilita a assimilação de novos conteúdos e a reconstrução e desconstrução do conhecimento, tornando o aprendizado mais eficaz e de longa duração.

Ao buscar informações, é importante considerar a relevância e a confiabilidade das fontes, garantindo que as informações obtidas sejam adequadas para a análise proposta. Além disso, é necessário analisar criticamente as informações coletadas, avaliando sua contribuição para a possível resolução do problema em questão (BERBEL, 1998a). Com isso, os alunos são incentivados a expressar suas interpretações e construções teóricas por meio da linguagem, o que torna o conhecimento mais acessível e compartilhável (Princípio do Conhecimento como Linguagem).

Nesse processo, a reflexão crítica sobre as teorias propostas é fundamental, pois permite aos alunos aprenderem com os erros cometidos. Denominado “Princípio da aprendizagem pelo erro”, enfatiza que os alunos podem testar hipóteses e teorias durante a teorização, o que contribui para o refinamento do entendimento. Luckesi (1998) argumenta que, na prática escolar, a forma como o erro é tratado pode influenciar negativamente a compreensão que o aluno tem da vida. Ele destaca que, além de ser corrigido pelos outros, o aluno muitas vezes se castiga por seus erros. Os alunos, ao revisarem suas concepções com base em novas informações, realizam

a desconstrução de pensamentos não fundamentados para formular ideias mais estruturadas (Princípio da Desaprendizagem).

No primeiro caso (bem-sucedido), um estudante que acreditava que um livro exerce uma força sobre a mesa, mas que uma mesa não exerce uma força sobre o livro recebeu uma série de exemplos nos quais a mesa era substituída por uma mola. Essa abordagem permitiu que o estudante se engajasse em um processo de raciocínio analógico e passasse a ver a mesa como uma mesa-mola, ou uma mesa com características de uma mola, e não simplesmente como uma mola que também exerce uma força para cima. Os autores acreditam que, nos casos bem-sucedidos, as analogias pareciam auxiliar no esquecimento das concepções que os estudantes tinham do tema alvo... Esse fato pode indicar que é necessária a reestruturação conceitual. (NAGEM et al., 2001, p. 200-201)

Permitir que os alunos formulem diversas hipóteses, mesmo que algumas sejam errôneas, é essencial para o desenvolvimento do raciocínio, promovendo o pensamento crítico e criativo. Os alunos revisam preconceções com novas informações, desconstruindo pensamentos não fundamentados para formular ideias mais estruturadas (Princípio da Certeza do Conhecimento).

#### 4.5.4 Etapa IV do Arco e o Princípio da Consciência Semântica

A criação de hipóteses de soluções exige uma compreensão profunda e semântica dos problemas identificados, pois os alunos precisam atribuir significados específicos às suas propostas (Princípio da Consciência Semântica). Ao utilizarem a linguagem para expressar suas ideias, os alunos participam ativamente da geração de hipóteses e soluções para os problemas em questão. Essa prática facilita a articulação clara e a comunicação eficaz das soluções propostas, permitindo o “Princípio do Conhecimento como Linguagem”.

Professores e alunos, juntos, devem utilizar as linguagens como meio de expressão, informação e comunicação em situações intersubjetivas, que exijam graus de distanciamento e reflexão sobre os contextos e estatutos de interlocutores e colocar-se como protagonistas do processo de produção/recepção. (NAGEM et al., 2001, p. 201)

Na aprendizagem significativa crítica, é crucial ter consciência de que os significados das palavras podem mudar ao longo do tempo e em diferentes contextos, isso requer uma abordagem reflexiva e contextualizada no uso da linguagem. Visto que, é essencial que o aluno atribua significados às palavras. Se isso não ocorre, a aprendizagem torna-se mecânica e não significativa (MOREIRA, M. A., 2010).

Conforme Berbel (1998b), na etapa de teorização, os alunos analisam o material encontrado para formular ideias ou hipóteses de solução para os problemas identificados. Essas hipóteses de solução são essenciais na quarta etapa, pois fornecem elementos para que os alunos possam elaborar criticamente possíveis soluções para os problemas escolhidos.

Na etapa anterior, as teorias e hipóteses são testadas, podendo estar corretas ou não, o que permite a aprendizagem pelo erro. A reflexão crítica sobre essas soluções propostas contribui para

o aprimoramento do entendimento, pois os alunos podem identificar e corrigir equívocos, além de desenvolver habilidades de análise e argumentação fundamentadas (Princípio da Aprendizagem Pelo Erro).

Essa fase incentiva os alunos a reconsiderarem suas abordagens iniciais ao verificarem erros, promovendo a desaprendizagem quando necessário. A flexibilidade cognitiva é crucial, permitindo ajustes nas soluções à medida que novas informações surgem, o que facilita a adaptação e a melhoria contínua das estratégias de resolução de problemas (Princípio da Desaprendizagem).

Essa ideia ressalta a importância da linguagem na construção do conhecimento, indicando que as palavras não são apenas símbolos, mas representam conceitos e objetos, sendo essenciais para a compreensão e comunicação de hipóteses semânticas.

#### 4.5.5 Etapa V do Arco e as estratégias de impacto significativo

Na fase final, os alunos interagem socialmente ao implementar suas soluções, compartilhando experiências e questionando a eficácia das abordagens. Essa interação enriquece o processo de aprendizagem, permitindo a revisão e melhoria das soluções por meio do debate e da colaboração (Princípio da Interatividade Social e do Questionamento). A interação entre professor e aluno, com compartilhamento e negociação de significados, é fundamental para promover uma compreensão mais profunda e significativa dos conteúdos no ensino.

A linguagem é crucial na comunicação de resultados, ajuste de estratégias e compartilhamento de aprendizados (Princípio do Conhecimento como Linguagem), sendo fundamental para a interação entre professor e aluno e para a aprendizagem significativa. Vygotsky (2009) enfatiza a importância da linguagem e dos signos para o ser humano, destacando que a linguagem humana difere qualitativamente da sensação imediata por ser uma forma de pensamento em ação. Ele destaca que na palavra há o ato do pensamento, que é a generalização, e a linguagem está presente, pois o significado é parte integrante da palavra.

Na aplicação prática, os alunos devem ter uma compreensão semântica profunda para avaliar como suas soluções se integram ao contexto real e seu impacto significativo. Isso implica em analisar cuidadosamente o significado das soluções em relação aos problemas reais enfrentados (Princípio da Consciência Semântica).

Na etapa de Aplicação à Realidade, os alunos têm a oportunidade de reavaliar suas abordagens e devem estar dispostos a ajustar suas estratégias com base na experiência prática (Princípio da Desaprendizagem). Isso permite que reflitam sobre a eficácia de suas soluções e identifiquem áreas de melhoria, promovendo um aprendizado contínuo, crítico e iterativo.

#### **4.6 Implicações Transformadoras na Educação Contemporânea: o percurso do estudo**

A integração do Arco de Maguerez com a Teoria da Aprendizagem Significativa Crítica de Moreira representa uma abordagem educacional transformadora que vai além da simples transmissão de conhecimento. Ao unir a estrutura sequencial do Arco de Maguerez com os princípios enriquecedores de Moreira, abre-se um leque de possibilidades pedagógicas que transcendem as abordagens tradicionais.

Essa integração tem potencial para proporcionar uma jornada de aprendizagem mais profunda e significativa, promovendo não apenas a aquisição de conhecimento, mas também o desenvolvimento de habilidades críticas, reflexivas e socialmente interativas. Para M. A. Moreira (2011a), seu modelo de aprendizagem significativa crítica, fundamentado na teoria de Ausubel e em outras teorias educacionais, especialmente as de Novak e Vygotsky, propõe uma abordagem de avaliação que inclui reflexão, planejamento e análise dos conteúdos, visando alcançar objetivos além dos métodos tradicionais de ensino. Essa abordagem integrada busca promover uma compreensão mais abrangente do processo de aprendizagem, considerando uma variedade de aspectos cognitivos, sociais e culturais.

Ao explorarmos como as etapas do Arco de Maguerez encontram ressonância nos princípios de Moreira, como a interatividade social, a não centralidade do livro texto e a aprendizagem pelo erro, percebemos uma sinergia poderosa. Essa sinergia oferece uma visão mais abrangente do processo educacional, preparando os estudantes não apenas para assimilar informações, mas para analisar criticamente, refletir sobre e aplicar esses conhecimentos na prática, proporcionando a eles a oportunidade de se preparem para enfrentar os desafios complexos da sociedade contemporânea.

A relevância desta integração vai além das fronteiras da sala de aula. Novak e Gowin (1988) descrevem que os significados são construídos a partir de construções cognitivas pré-existentes, envolvendo atividades e emoções, pois os conhecimentos prévios são a base para a estruturação dos novos saberes. O estudante inter-relaciona o saber pré-existente aos novos saberes, e o professor oferece apoio conforme necessário.

O Arco de Maguerez é um método que envolve cinco etapas que devem levar os estudantes a praticar um diálogo reflexivo. A Metodologia da Problematização, à qual o Arco está associado, segue etapas distintas e encadeadas a partir de um problema detectado na realidade. Essa abordagem visa preparar o estudante para tomar consciência de seu mundo e atuar intencionalmente para transformá-lo (BERBEL, 1998a). A metodologia busca engajar o aluno em um processo de aprendizagem significativa, promovendo a conscientização e a ação transformadora em relação ao seu contexto.

Em suma, acreditamos que a fusão entre o Arco de Maguerez e a Teoria da Aprendizagem Significativa Crítica de Moreira oferece um modelo inovador para a educação contemporânea,

onde a construção do conhecimento se entrelaça de maneira intrínseca com o desenvolvimento integral do indivíduo. Essa abordagem representa não apenas uma evolução no ensino, mas uma revolução na forma como concebemos a educação, preparando os alunos para serem os líderes e pensadores do amanhã.

Como educadores, ao adotarmos essa abordagem integrada, estamos capacitando os alunos a se tornarem agentes de mudança, capazes de aplicar seus conhecimentos de maneira significativa na sociedade. Estamos moldando não apenas alunos conhecedores, mas cidadãos críticos e reflexivos, prontos para enfrentar os desafios do século XXI.

## 5 METODOLOGIA

Neste capítulo, descreveremos a metodologia adotada para aplicação em sala de aula da metodologia do Arco de Magueres associada aos princípios da Aprendizagem Significativa Crítica de Marco Antônio Moreira. O objetivo deste estudo é avaliar como essa abordagem pedagógica, juntamente com o aplicativo de modelagem *Physical Modeler*, pode potencialmente promover uma aprendizagem significativa no contexto do ensino de Física no Ensino Médio.

### 5.1 Escolha da Metodologia

Para alcançar os objetivos propostos, optamos por uma análise de dados usando a abordagem qualitativa. A pesquisa qualitativa se destaca como um método de investigação que busca desvendar os meandros da experiência humana, mergulhando na perspectiva dos próprios participantes M. A. Moreira (2011a). Ainda segundo o autor:

[...] através de observação participativa, isto é, o pesquisador fica imerso no fenômeno de interesse. Os dados obtidos por meio dessa participação ativa são de natureza qualitativa e analisados de forma correspondente. As hipóteses são geradas durante o processo investigativo. O pesquisador busca universais concretos alcançados através do estudo profundo de casos particulares e da comparação desse caso com outros estudados também com grande profundidade. (MOREIRA, M. A., 2011a, p. 76)

Esse enfoque permitirá uma compreensão mais profunda e ampla do processo de ensino e aprendizagem, focalizando as experiências e percepções dos participantes.

### 5.2 Descrição Detalhada da Metodologia

A população-alvo deste estudo consiste em estudantes do Ensino Médio matriculados em um Centro de Ensino Médio do interior do Maranhão. Para formar a amostra, o produto será aplicado em duas turmas de Eletivas de Base<sup>1</sup> da parte diversificada do Novo Ensino Médio aprovado pelo “Decreto-Lei nº 13.415/2017”, sendo uma turma no turno matutino e outra no turno vespertino. Com isso, a amostra será composta por um total de 81 estudantes pertencentes a primeira e segunda série do ensino médio, com idades variando entre 15 e 18 anos, matriculados na mesma instituição de ensino.

Devido à sua duração de um semestre, a coleta de dados foi realizada durante o segundo semestre de 2023 de modo concomitante a aplicação do produto. Dispondo de um total de dezesseis aulas, a aplicação desenvolveu-se em fases. Na primeira fase, os participantes foram

---

<sup>1</sup>“As Eletivas de Base são unidades curriculares temáticas obrigatórias, porém de livre escolha do estudante, ofertadas semestralmente, propostas pelos professores e pelos estudantes e objetivam diversificar, aprofundar e enriquecer os conteúdos e temas trabalhados nos componentes curriculares da BNCC.” (SEDUC-MA, 2022b, p. 11)

introduzidos ao primeiro dos três assuntos de Física selecionados, por meio do Arco de Magueréz. Na etapa final do Arco, eles foram convidados a utilizar o aplicativo de modelagem projetado para apoiar o processo de aprendizagem.

As fases dois e três seguiram a mesma estrutura que a fase um do produto. Os participantes foram envolvidos em discussões em grupo, atividades práticas e entrevistas coletivas para coletar informações sobre suas experiências de aprendizagem. Além disso, a fase quatro foi o momento em que os estudantes demonstraram seu aprendizado por meio da Culminância da Eletiva de Base através de seus registros no aplicativo de modelagem e demonstrações práticas.

A análise dos dados coletados foi conduzida de acordo com os princípios da análise de conteúdo. Segundo A H Silva e Fossá (2015, p. 2), “a análise de conteúdo é uma técnica de análise das comunicações, que irá analisar o que foi dito nas entrevistas ou observado pelo pesquisador”. Uma das estratégias adotadas foi a realização de debates com os estudantes em diversos momentos. Por meio deste, foi analisado o nível de interação da turma por espontaneidade e a complexabilidade de seus comentários, hipóteses e questionamentos sobre o tema estudado.

Além disso, por meio da culminância da Eletiva, os registros no aplicativo, os produtos de modelagem e a explanação dos estudantes dos assuntos abordados foram avaliados quanto à qualidade e complexidade.

Este estudo consistiu em atividades regulares entre alunos e professor em sala de aula. Seguiu os padrões éticos estabelecidos para pesquisa em seres humanos. Sendo assim, os participantes foram informados sobre os objetivos do estudo e forneceram consentimento informado para sua participação. Além disso, suas identidades serão mantidas em sigilo, e os dados coletados serão usados estritamente para fins desta pesquisa que aqui se apresenta.

Reconhecemos que a abordagem qualitativa apresenta limitações, como a possibilidade de viés do pesquisador e a dificuldade de generalização dos resultados. Além disso, a amostra por conveniência não é representativa de toda a população de estudantes de Física. Com isso, os resultados têm potencial para inferir sobre estratégias que possam contribuir para a melhoria na qualidade do ensino e aprendizagem de Física e podem ser úteis aos demais colegas professores em suas atuações diárias em sala de aula.

### **5.3 Etapas realizadas para a pesquisa**

Foram selecionados quatro tópicos de Física que envolvem Cinemática e Dinâmica Newtoniana. Com a intenção de inicialmente apresentar aos estudantes algo não muito complexo, o primeiro tema abordado foi a “Queda Livre Sem Atrito”. Optou-se por iniciar com um desenvolvimento introdutório embasando os princípios físicos para o movimento idealizado e, posteriormente, apresentou-se a parte mais complexa, qual seja, o arrasto quadrático que atua nestes movimentos.

Na sequência, o segundo tema abordado foi “O Movimento Sobre o Plano Inclinado”, o terceiro “O Pêndulo Simples” e o quarto tema, “Oscilador Harmônico Simples”. Devido alguns imprevistos que surgiram durante a aplicação destes projetos, como reuniões de alinhamento no dia da aula, pontos facultativos, entre outros percalços, o projeto sobre oscilador harmônico não pode ser aplicado. À vista disso, os demais projetos seguiram de acordo com o cronograma.

Para todos os movimentos estudados, foi considerado o atrito principal presente. Os três projetos foram aplicados de acordo com a metodologia do Arco de Maguerez, conforme apresentado por Berbel e Gamboa (2012), embasado teoricamente na Aprendizagem Significativa Crítica de Marco Antônio Moreira. A aplicação foi realizada utilizando um *app* desenvolvido para esse fim. Reitera-se que a verificação de aprendizagem ocorreu no ápice da eletiva, que é realizada em um evento denominado “culminância das eletivas”.

### 5.3.1 O *app* Physical Modeler

A ideia de desenvolver um aplicativo de modelagem para dispositivos móveis surgiu no ano de 2019 durante o desenvolvimento de um grupo de estudos de Física com alunos do Ensino Médio, com o intuito de ampliar a compreensão desses estudantes sobre a ciência denominada Física. Inicialmente, planejava-se abordar os conceitos básicos de Cinemática e Dinâmica utilizando como recurso o *Software Modellus*. Por meio deste *software* “é possível fazer o desenvolvimento de animações e modelagens, fazendo o uso visual de textos e figuras, dinamizando cada vez mais as aulas de física” Amorim (2018, p. 38). Porém, os poucos computadores disponíveis no ambiente escolar possuíam apenas o sistema operacional *Linux Educacional*, o qual estava bloqueado para qualquer modificação, incluindo a instalação de novos programas, com isso não foi possível realizar atividades por meio da modelagem.

Por considerar o *Modellus* como sendo um software ideal para demonstrar o funcionamento prático das equações de movimento, conforme apontado por Andrade (2016), e por possuir alto potencial para promover o protagonismo do estudante como apontado na fala de Santos, Neto e F. L. de O. Rodrigues (2023, p. 58) “[...] o uso de tecnologias educacionais como o *software Modellus* se mostra indispensável, visto que ele estimula o aluno a se tornar protagonista de seu aprendizado, [...]”, surgiu a necessidade de desenvolver um *app* de modelagem matemática. Esta necessidade une-se ao fato de que praticamente quase todos os estudantes dispunham de ao menos um *smartphone* com o sistema operacional *Android*, mas os mesmos não dispunham de computadores pessoais.

Assim, o aplicativo “Physical Modeler” foi concebido e construído pelo professor Maurício Ribeiro Gonçalves, durante o curso de Mestrado em Ensino de Física (MNPEF) oferecido pelo polo da Universidade Federal do Norte do Tocantins (UFNT), visando continuar o projeto iniciado em 2019. O aplicativo, *Physical Modeler*, estará disponível na *PlayStore* a partir da primeira quinzena de Junho de 2024. O *app* em questão foi desenvolvido inicialmente apenas

para a plataforma *Android*. Para baixá-lo, deve-se buscar, utilizando como chave de pesquisa, por seu nome “Physical Modeler”.

### 5.3.1.1 A interface do app

Todos os elementos deste inovador aplicativo são de autoria própria, incluindo nome, logotipo, *design* gráfico e codificação, sendo este último item desenvolvido em parceria com Jorge Henrique Serra Machado<sup>1</sup> e o *design* gráfico com auxílio de Edilana Ribeiro Gonçalves<sup>2</sup>. O app “Physical Modeler”, oferece cinco telas distintas, cada uma destinada a uma função específica. A Figura 5.1 apresenta uma compilação de imagens representativas das telas do aplicativo.

A codificação deste *app* foi desenvolvida integralmente, permitindo a realização de cálculos de equações, plotagem de gráficos, geração de tabelas e a simulação do movimento de partículas através de funções espaço-temporais.

Ao iniciar o aplicativo, deparamo-nos com a tela inicial, conforme ilustrado na Figura 5.1a, que apresenta três botões: “Novo Arquivo” para criar novos projetos, “Continuar onde parou” para retomar o último projeto trabalhado, e “Ver arquivos salvos” que possibilita abrir e editar projetos anteriores.

**Figura 5.1** – Compilado de imagens para as telas do *app* *Physical Modeler*.



**Fonte:** Autoria própria.

A tela de simulação, mostrada na Figura 5.1b, destina-se à inserção de partículas e ferramentas matemáticas que receberão as equações de movimento. Dois botões estão disponíveis nesta tela: um para seleção de partículas e outro para ferramentas de simulação.

O ambiente de equações, retratado na Figura 5.1c, foi concebido para receber funções

<sup>1</sup>Programador convidado a participar do desenvolvimento do aplicativo.

<sup>2</sup>*Design* Gráfico pela American News – 2018; formação técnica na Alura 2021-2022 em: Desenvolvimento pessoal; Habilidades e Comportamento; HTML e CSS; Pesquisas qualitativas para ux research; Produtividade; *Ux design*; *Ux research*; *Ux research*: análise e visualização de dados e Inglês básico.

interconectadas. Por meio das equações digitadas nesta tela, é possível desenvolver simulações, gráficos e tabelas de valores.

Para que o ambiente gráfico funcione, como mostrado na Figura 5.1d, é necessário que o ambiente de equações contenha funções válidas. Ao clicar em áreas que representam o tempo “t”, uma lista suspensa de funções previamente digitadas é exibida, permitindo a seleção para visualização gráfica. Ao escolher a função desejada, basta clicar no botão *Play* e observar o gráfico sendo desenhado em função do tempo.

O ambiente de tabela, representado na Figura 5.1e, compartilha praticamente as mesmas configurações do ambiente gráfico. Exige equações previamente digitadas e apresenta campos para seleção de funções, permitindo a visualização dos valores ao longo do tempo.

A integração entre as telas de simulação, equação, gráfico e tabela permite uma abordagem holística na exploração e compreensão de fenômenos físicos. A flexibilidade do ambiente de equações, que se comunica com as demais telas, proporciona um ambiente dinâmico para o desenvolvimento de simulações e análises.

Em suma, o “Physical Modeler” emerge como uma ferramenta educacional valiosa, alinhada com as demandas contemporâneas do ensino de Física, promovendo a interatividade, a visualização e a compreensão conceitual de fenômenos físicos complexos<sup>1</sup>.

### 5.3.2 Projeto I: Queda Livre

Neste projeto, foi abordado o comportamento de corpos em queda livre sob condições ideais e em situações bem aproximadas à realidade por meio da inclusão da resistência do ar.

#### Etapa 1 Aula 1: Observação da Realidade

Nesta etapa, foi apresentado aos estudantes um experimento simples de queda livre. Duas folhas de papel tipo A4, sendo uma delas amassada e formando uma bolinha de papel e a outra deixada intacta. Utilizou-se também um pincel de quadro branco. Estes itens constituíram os materiais utilizados para realizar o experimento, conforme evidenciado na Figura 5.2a. Para que os estudantes pudessem visualizar o experimento sem dificuldades, a sala foi organizada em formato de U (ver Figura 5.2b). Os discentes formaram subgrupos de quatro ou cinco estudantes.

---

<sup>1</sup>O tutorial completo para utilização do aplicativo encontra-se no produto educacional desta Dissertação intitulado “PHYSICAL MODELER: Dando ‘vida’ às suas equações”.

**Figura 5.2** – Imagens relativas à aplicação do primeiro projeto.

**Fonte:** Autoria própria.

Chamaremos a bolinha de papel de "Objeto A", a folha intacta de "Objeto B" e o pincel será designado por "Objeto C".

O experimento proposto consistiu em soltar os Objetos A e B, simultaneamente, da mesma altura. Como a proposta é explicar como a resistência do ar interfere no movimento, os objetos foram abandonados a uma distância ligeiramente superior a um metro e vinte centímetros de altura do solo. O experimento foi repetido algumas vezes, variando as posições com que os objetos eram soltos.

Em nenhum momento foi mencionado aos estudantes que o ar interfere no movimento dos corpos. A intenção é de que eles pudessem chegar nesta conclusão por conta própria.

A fim de providenciar mais evidências do movimento para os estudantes, a comparação dos deslocamentos foi realizada novamente utilizando os Objetos A e C, soltando-os com a mesma altura do experimento anterior.

Alguns alunos foram chamados para o centro da sala para que eles mesmos pudessem realizar o experimento e verificar se os resultados eram similares aos obtidos pelo professor (ver Figura 5.3). A realização das atividades experimentais teve duração de aproximadamente quinze minutos.

**Figura 5.3** – Aluno realizando o experimento de queda dos Objetos A e C.



**Fonte:** Fotografia tirada por um estudante da turma.

#### Etapa 2 Aula 1: Pontos-chave

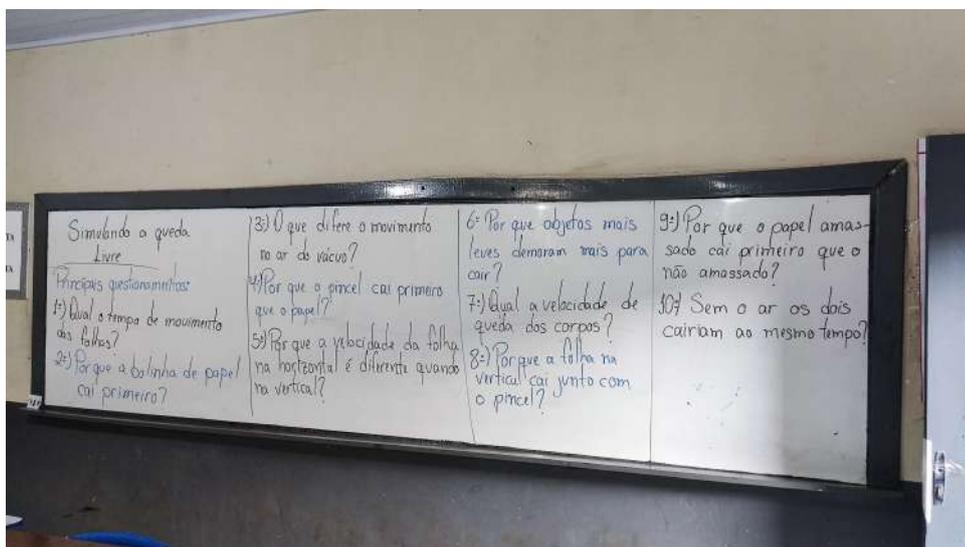
Na mesma aula, foi proposto aos estudantes que registrassem suas dúvidas a respeito do experimento apresentado. Por ser algo atípico para os estudantes, eles tiveram a alternativa de executar a atividade em dupla ou trio, de modo a compartilhar diferentes pontos de vista e fundamentarem de melhor seus questionamentos.

Foi concedido a eles um período de cinco minutos para que refletissem e compartilhassem ideias acerca das possíveis questões que julgassem pertinentes. Posteriormente, cada estudante teve a oportunidade de expor suas crenças e dúvidas a respeito dos experimentos desenvolvidos. Aqueles que não queriam ler suas questões, entregaram o material ao professor para que ele pudesse realizar a leitura.

À medida que os questionamentos foram apresentados pelos estudantes, o professor realizou a seleção dos problemas que guiariam a próxima etapa. Estes questionamentos selecionados são inicialmente registrados na lousa para que os estudantes possam se sentirem integrados na construção desse conhecimento, conforme evidenciado na Figura 5.4.

Com o registro dos questionamentos, alguns estudantes se propõem a apresentar respostas e, em algumas situações, eles propuseram respostas coerentes, reduzindo assim o número de problemas para serem debatidos na próxima etapa.

**Figura 5.4** – Transcrição dos questionamentos realizados pelos estudantes sobre o experimento de queda livre.



**Fonte:** Autoria própria.

### Etapa 3 Aula 2: Teorização

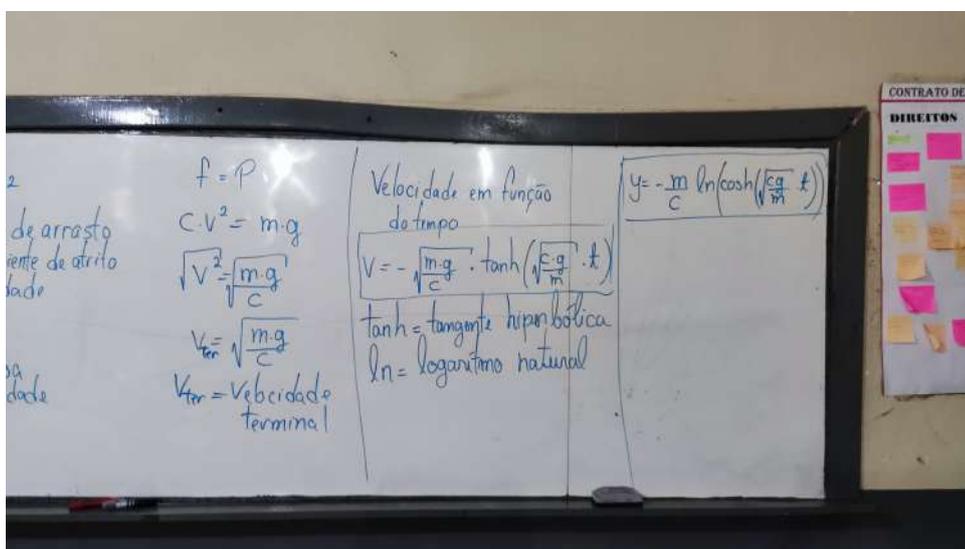
Por se tratar de um assunto longo, esta aula foi utilizada inteiramente para realizar a teorização do movimento estudado. A base desse estudo foi estruturada sobre os pontos-chave registrados na aula anterior, levando em consideração apenas aqueles que estão diretamente relacionados ao problema estudado, como exposto no Apêndice 1<sup>1</sup>. Durante esta etapa de explanação, o foco foi mantido no aluno de modo a forçá-lo a propor alguma solução para aqueles questionamentos.

A medida que o debate fluiu, boa parte dos questionamentos foram respondidos pelos próprios alunos mediante a confirmação do professor. Ao final, restaram apenas os questionamentos em que as equações de queda livre seriam necessárias para responder. Inicialmente, a matematização do problema foi realizada desconsiderando o atrito e tendo como ponto de partida os conhecimentos prévios de Cinemática que os estudantes adquiriram ao longo do ano letivo. Após realizar uma breve introdução / revisão destas equações, o movimento com arrasto quadrático foi abordado.

Tendo como ponto de partida as Leis de Newton, foi explicado aos alunos como o arrasto quadrático atua sobre os corpos, deixando claro alguns pontos importantes para o estudante, dando destaque ao fato de que o formato e a massa do corpo interferem no comportamento de queda. Estas informações foram pontuadas ao relembrar o comportamento dos Objetos A e B durante a queda demonstrada na etapa 1 deste projeto.

<sup>1</sup>Apêndice localizado na Página 149

**Figura 5.5** – Fotografia da lousa com as equações de movimento em queda livre com arrasto quadrático. A lousa apresenta a velocidade terminal de queda e em destaque é apresentada a equação da velocidade e posição do corpo considerando o arrasto quadrático.



Fonte: Autoria própria.

Por se tratar de equações mais complexas (ver Figura 5.5), a realização da dedução das equações de movimento com arrasto quadrático não foram apresentadas aos estudantes. Porém foi explicado pelo professor alguns pontos importantes sobre o comportamento das equações, proporcionando o primeiro contato deles com funções matemáticas até então desconhecidas, como o caso das funções hiperbólicas.

#### Etapa 4 Aula 3: Hipóteses de Soluções

Para melhor estruturação das conclusões dos estudantes, apresentou-se em sala um vídeo da **BBC** que continha um experimento gravado da queda dos corpos no vácuo. O vídeo em questão está disponível no **YouTube** cujo título é *Brian Cox visits the world's biggest vacuum | Human Universe - BBC*<sup>1</sup>

Após assistirem o vídeo, foi solicitado que os alunos explicassem a causa dos fenômenos observados no vídeo. Esta problemática foi abordada em forma de debate, utilizando como guia os problemas-chave apresentados na aula 1.

#### Etapa 5 Aula 3: Aplicação à realidade

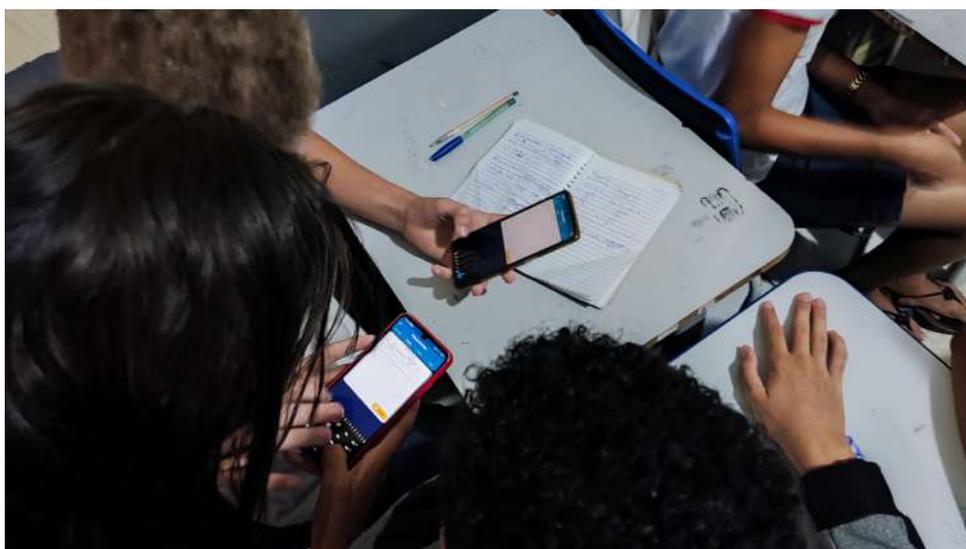
Como já mencionado anteriormente, devido à falta de um laboratório de Ciências na escola onde o produto educacional foi aplicado, foi idealizada uma alternativa para verificar hipóteses e testar conclusões anteriores, com o intuito de proporcionar um significado consistente

<sup>1</sup>Disponível através do link <https://www.youtube.com/watch?v=E43-CfukEgs>.

para os alunos. Essa alternativa foi realizada por meio da modelagem das equações apresentadas na Etapa 3, utilizando o aplicativo *Physical Modeler*.

Alguns estudantes não possuíam *smartphones* e outros não utilizavam o sistema operacional *Android*<sup>1</sup>. Assim, esta etapa do projeto foi realizada em grupos de, no máximo, três estudantes, como apresentado na Figura 5.6, de modo que em cada grupo contivesse ao menos um aluno com celular com capacidade técnica de executar a aplicação.

**Figura 5.6** – Estudantes debatendo e digitando as equações de movimento de queda livre com arrasto quadrático no aplicativo *Physical Modeler*



**Fonte:** Autoria própria.

Esta estratégia permitiu aos alunos compartilhar conclusões, testar suas hipóteses, transmitir algum conhecimento aos que não compreenderam o funcionamento do *app*, além de aumentar a interação aluno-professor por meio de questionamentos realizados, consolidando esta etapa da metodologia do Arco de Maguerrez.

### 5.3.3 Projeto II: Movimento Sobre Rampas

Este projeto teve como objetivo apresentar um dos métodos utilizados para determinar o coeficiente de atrito seco entre os corpos e a superfície; demonstrar o movimento resultante sobre um plano inclinado, além de demonstrar a aplicação da decomposição vetorial da velocidade de força resultante sobre o plano inclinado.

<sup>1</sup>Sistema operacional necessário para que esta versão do aplicativo fosse executado.

## Etapa 1 Aula 1: Observação da Realidade

Para realizar esta etapa, o professor construiu um experimento caseiro, utilizando um pedaço de MDF<sup>1</sup>. Uma das faces do MDF foi coberta com um pedaço de e.v.a<sup>2</sup> e na outra utilizou-se plástico adesivo para revestimento, conforme apresentado na Figura 5.7 e expôs em sala de aula. Na execução do experimento, um segundo pedaço de MDF foi utilizado para servir de base ao primeiro e ambos são conectados por meio de uma pequena dobradiça para mudar o ângulo de inclinação do plano. Para medir o ângulo de inclinação da rampa em questão, um transferidor de 180° foi utilizado.

**Figura 5.7** – Compilado de imagens sobre experimento caseiro do plano inclinado.



**Fonte:** Autoria própria.

A execução do experimento ocorreu utilizando a mesma estratégia do experimento de “queda livre”: organizou-se novamente a sala em formato de U de modo que o centro dela é destinado à realização do experimento. Sobre a pequena rampa, pedaços de madeira e um adaptador *usb* tipo c (ver Figura 5.8) foram posicionados.

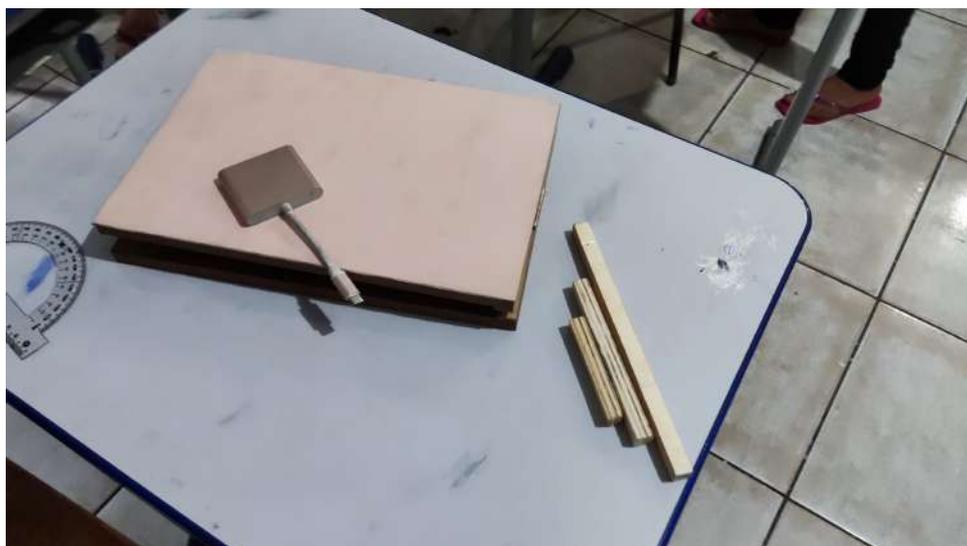
Durante as atividades, era evidente que, sob certos ângulos de inclinação, alguns objetos deslizavam antes de outros.

À medida que o experimento foi sendo executado, alguns estudantes começaram a demonstrar sua inquietação em relação ao questionamento mais evidente do experimento “por que alguns objetos deslizam em certos ângulos e outros não?”. Com a turma atizada, teve início o momento de registrar os questionamentos.

<sup>1</sup>Segundo (LEROY MERLIN, 2022) *Density Fiberboard* (MDF) são painéis uniformes e sem orientação das fibras, podendo ser cortados em qualquer sentido sem comprometer a superfície lisa.

<sup>2</sup>EVA - sigla para Ethylene Vinyl Acetate. Em português: acetato-vinilo de etileno.

**Figura 5.8** – Objetos utilizados para teste de deslizamento sobre o plano inclinado

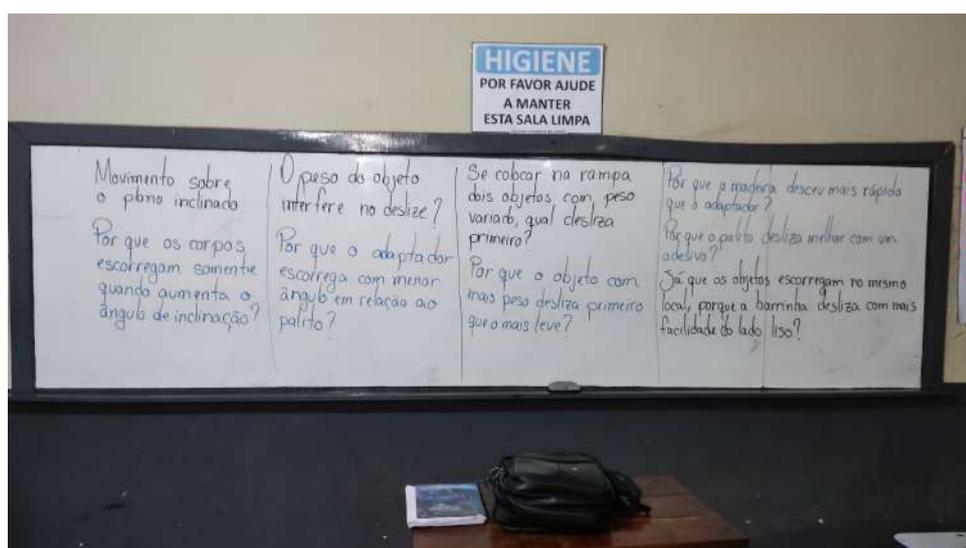


Fonte: Autoria própria.

#### Etapa 2 Aula 1: Pontos-chave

Com base no experimento executado, solicitou-se aos estudantes que registrassem todas as dúvidas e questionamentos. Os discentes tiveram um prazo de cinco minutos para registrar em seus cadernos seus principais questionamentos. Ao término do prazo, cada estudante teve a oportunidade de expor o que anotou.

**Figura 5.9** – Fotografia da lousa com o registro dos principais questionamentos dos estudantes referentes ao experimento com o plano inclinado.



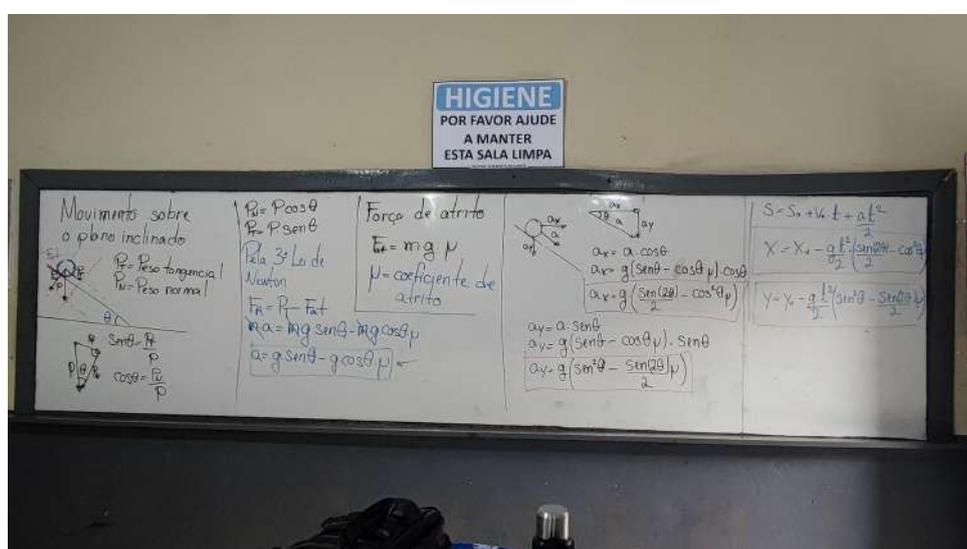
Fonte: Autoria própria.

Durante a exposição das perguntas, aquelas que eram pertinentes às discussões foram registradas na lousa (ver Figura 5.9).

### Etapa 3 Aula 2: Teorização

Ao analisar os questionamentos propostos pelos estudantes (ver Figura 5.9), verificou-se que suas incertezas a respeito do movimento oscilam em torno da influência que as massas dos corpos e o ângulo de inclinação do plano. Sendo assim, uma tentativa de discutir teoricamente sobre estes questionamentos consistiu em apresentar uma aula, utilizando slides dinâmicos, com o intuito de equacionar a relação entre a inclinação do plano e o movimento dos objetos, como exposto no Apêndice 2<sup>1</sup>.

**Figura 5.10** – Fotografia da lousa com a dedução da equação de movimento de uma partícula sobre o plano inclinado com atrito para ser aplicado em um modelador.



Fonte: Autoria própria.

Diferentemente do movimento de queda livre, que envolve funções mais complexas, tais como as hiperbólicas, exigindo cálculos avançados para sua dedução, as equações de movimento sobre o plano inclinado, considerando o atrito, podem ser derivadas a partir de conceitos abordados no ensino médio, conforme ilustrado na Figura 5.10.

### Etapa 4 Aula 3: Hipóteses de Soluções

Nesta etapa, a aula foi iniciada com uma atividade que envolvia assistir dois vídeos de movimento sobre rampas. O primeiro vídeo, intitulado de “11º GP de carrinho de rolimã de Poços de Caldas (4º bateria)”<sup>2</sup>, apresentava uma competição de carrinho de rolimã que ocorre eventualmente em Poços de Caldas – Minas Gerais. O segundo vídeo, intitulado “Destques

<sup>1</sup>Apêndice localizado na Página 160

<sup>2</sup>Disponível em <https://www.youtube.com/watch?v=EJUmFYoMMvs>

Bobsled Beijing 2022 | Classificação”<sup>1</sup>, mostrava alguns competidores de *bobsled*<sup>2</sup> durante uma competição das Olimpíadas de inverno em Pequim no ano de 2022.

Ao término da exibição dos vídeos, foi questionado aos alunos a causa física que proporciona uma velocidade superior aos *bobsleds* em relação aos carrinhos de rolimãs. As respostas surgiram imediatamente, apontando que os trenós possuem um menor coeficiente de atrito em comparação com o dos carrinhos de rolimã e outro fator mencionado pelos estudantes é a inclinação das rampas de gelo, as quais são projetadas para proporcionar uma maior aceleração.

### Etapa 5 Aula 3: Aplicação na realidade

Com as conclusões dos estudantes obtidas durante a etapa "Hipóteses de Soluções", passou-se para a utilização da modelagem de modo a verificar a veracidade de adequação do modelo que conduziu às equações formuladas na Etapa 3 para descrição dos movimentos em estudo.

Novamente, foram formados grupos de no máximo três estudantes. Como condição prévia para a formação dos grupos, estabeleceu-se que pelo menos um dos membros deveria possuir acesso ao aplicativo *Physical Modeler* em seu telefone. Dado que os alunos já possuíam experiência em modelagem devido à execução do projeto anterior, foi proposto que a turma, com base nos estudos anteriores, tentasse realizar a modelagem sem a assistência do professor, discutindo apenas entre si.

Diante do desafio proposto, os alunos iniciaram suas investigações com o objetivo de realizar a simulação. Próximo ao término do horário, alguns alunos obtiveram sucesso e conseguiram realizar a simulação do movimento sobre o plano inclinado, compartilhando suas descobertas com os colegas.

#### 5.3.4 Projeto III: O Balanço do Pêndulo

No processo de ensino dos conceitos físicos do pêndulo simples, uma abordagem prática se mostra ser particularmente eficaz para a compreensão dos alunos. Recentemente, em uma aula dedicada a esse tema, optou-se por uma experiência envolvendo um pêndulo improvisado. Uma garrafa parcialmente cheia de água foi habilmente suspensa por um barbante e fixada no caibro de um telhado, proporcionando assim um meio tangível para explorar os princípios do movimento pendular. A oscilação do sistema permitiu a visualização direta dos conceitos de período, amplitude, bem como condições para avaliar a influência da gravidade sobre o comportamento do pêndulo. Esta experiência prática serviu como ponto de partida para a aplicação da metodologia

<sup>1</sup>Disponível em [https://www.youtube.com/watch?v=TBq\\_6YyqdEc](https://www.youtube.com/watch?v=TBq_6YyqdEc)

<sup>2</sup>O *bobsled* é um esporte de inverno no qual equipes de duas ou quatro pessoas realizam, por meio de um trenó, descidas cronometradas em uma pista de gelo sinuosa e estreita especialmente construída para a competição.

do Arco de Maguerz, que visa envolver os alunos em diferentes etapas do processo educativo para promover uma compreensão mais profunda e participativa de conceitos físicos.

#### Etapa 1 Aula 1: Observação da Realidade

Na primeira etapa do Arco de Maguerz, os alunos foram estimulados a vivenciar diretamente a experiência com o pêndulo simples por meio de um experimento realizado na escola. Um frasco de álcool em gel vazio foi utilizado no experimento de modo que este tivesse seu gargalo amarrado com fitilho plástico de polipropileno e preso em um caibro do pátio da escola.

A observação cuidadosa da oscilação, o registro de dados relacionados ao período, utilizando o cronômetro disponível na maioria dos telefones celulares, a medida da amplitude por meio de uma fita métrica, bem como a discussão inicial sobre os fatores que influenciam o movimento, foram fundamentais. Os estudantes foram encorajados a formular hipóteses sobre o comportamento do pêndulo, promovendo um ambiente de questionamento e investigação.

Além disso, a interação entre os alunos foi incentivada, promovendo a troca de ideias e a colaboração na análise dos resultados experimentais. Esta fase inicial do Arco de Maguerz visou despertar a curiosidade e a motivação intrínseca dos estudantes, estabelecendo uma base sólida para a construção do conhecimento ao longo das etapas subsequentes do processo educativo.

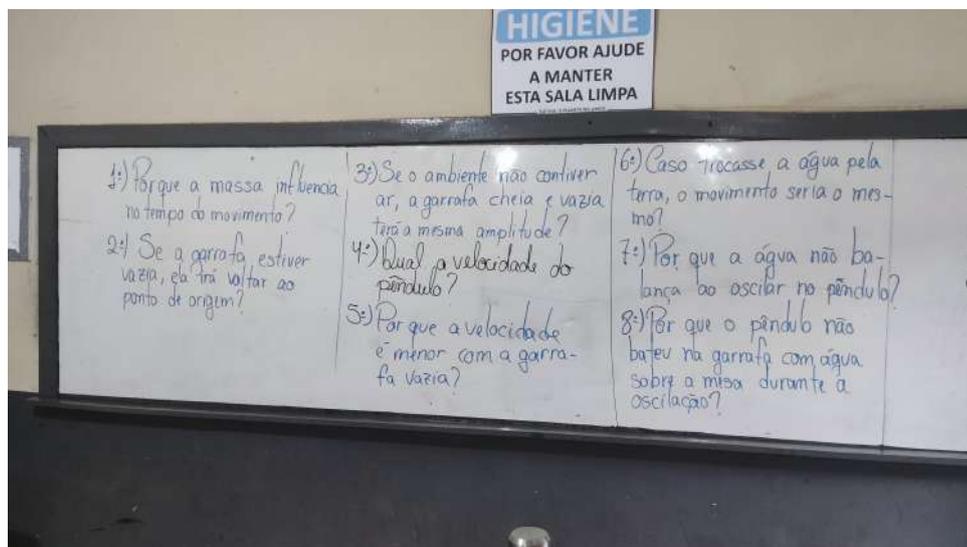
#### Etapa 2 Aula 1: Pontos-chave

Durante essa fase, os estudantes foram orientados a analisar os dados coletados, identificar padrões e comparar suas observações com as de seus colegas e com as expectativas teóricas. Essa abordagem proporcionou uma oportunidade valiosa para a aplicação dos conceitos físicos aprendidos durante a experiência prática.

Os alunos foram incentivados a formular questões mais aprofundadas, buscando compreender não apenas o “o quê” do fenômeno, mas também o “porquê” por trás dos comportamentos observados. A discussão em sala de aula concentrou-se na interpretação dos resultados à luz da teoria, incentivando a aplicação dos conhecimentos adquiridos para explicar as nuances do movimento pendular.

Adicionalmente, a segunda etapa envolveu a formulação de hipóteses mais sofisticadas, promovendo o pensamento crítico e a capacidade dos alunos de extrapolar os conceitos aprendidos para contextos mais amplos. Os resultados de suas indagações são apresentados Figura 5.11.

**Figura 5.11** – Fotografia da lousa com os principais questionamentos dos estudantes sobre o movimento do pêndulo simples.



**Fonte:** Autoria própria.

Ao analisar as questões resumidas na Figura 5.11, observa-se que os principais questionamentos sobre o movimento do pêndulo giraram em torno da massa do pêndulo, da variação de sua amplitude ao longo do tempo e do atrito deste com o meio.

Porém, um questionamento que se destacou por sua singularidade foi registrado devido sua peculiaridade: um estudante percebeu algo que os outros não notaram e que lhe chamou a atenção. No questionamento sete, o referido estudante notou que a água contida no interior do frasco não chacoalhava à medida que o pêndulo oscilava.

### Etapa 3 Aula 2: Teorização

Nesse estágio, o foco recaiu sobre a resolução de problemas específicos relacionados ao movimento do pêndulo simples. Por se tratar de um conteúdo não estudado anteriormente pelos estudantes, algumas aulas teóricas foram desenvolvidas a respeito do tema de "Pêndulo Simples". Na ocasião, foram definidos alguns conceitos básicos como período, frequência, amplitude, além de uma aula específica sobre o movimento circular. Ao todo, utilizaram-se duas aulas de cinquenta minutos para explanar sobre esses tópicos de maneira resumida e abrangente antes de se definir as equações de movimento do pêndulo simples.

Durante essa fase, os alunos foram incentivados a buscar recursos adicionais, tais como literatura científica e videoaulas, para enriquecer suas análises e ampliar a compreensão sobre os conceitos físicos relacionados a este sistema. Com esta base estabelecida, chegou a hora de escrever as equações de movimento para o pêndulo simples. À medida que estas equações eram apresentadas, os pontos-chaves foram automaticamente respondidos.

#### Etapa 4 Aula 3: Hipóteses de Soluções

Na quarta etapa do Arco de Magueréz, os alunos foram desafiados a realizar uma síntese reflexiva de todo o processo de aprendizado relacionado ao estudo do pêndulo simples. Isso envolveu a análise crítica de suas experiências práticas, as discussões em sala de aula, as atividades de pesquisa e os relatórios elaborados durante as etapas anteriores.

Durante esta fase, os estudantes foram incentivados a identificar padrões, conexões e lacunas em seus entendimentos. A reflexão não se limitou apenas aos aspectos técnicos do experimento, mas também abordou as habilidades desenvolvidas ao longo do processo, como pensamento crítico, resolução de problemas e trabalho em equipe.

Além disso, os alunos foram orientados a fazer uma conexão mais ampla entre os conceitos discutidos e o contexto mais amplo de aplicações do pêndulo simples na Física. Isso incluiu a compreensão de como os princípios aprendidos poderiam ser aplicados em outros cenários físicos, estabelecendo uma base sólida para a transferência de conhecimento.

#### Etapa 5 Aula 3: Aplicação na realidade

Semelhante a quinta etapa dos projetos anteriores, esta etapa seguiu a estratégia de dividir a turma em grupos de no máximo três pessoas de modo que ao menos um dos integrantes fosse usuário de um *smartphone Android* e que contivesse a instalação da versão atualizada do aplicativo *Physical Modeler*.

Novamente foi proposto aos discentes que realizassem a simulação do movimento do pêndulo simples utilizando como objeto de pesquisa o material de registro ou outro que desejasse. O prazo para que eles apresentassem a simulação funcionando foi de um horário de aula. E com o decorrer do tempo, alguns grupos conseguiram rapidamente desenvolver a simulação. Foi uma notícia encorajadora para o docente perceber que restaram menos grupos incapazes de efetivar a modelagem, em comparação com o experimento anterior do Plano Inclinado, encerrando assim esta quinta etapa do arco.

## 6 RESULTADOS

Neste capítulo, apresentam-se os resultados obtidos a partir da aplicação da metodologia do Arco de Maguerez associada à Teoria da Aprendizagem Significativa Crítica de Marco Antônio Moreira para o ensino de três temas cruciais de Física: queda livre com arrasto quadrático, plano inclinado e pêndulo simples. A análise dos resultados refere-se à avaliação formativa contínua desenvolvida ao longo da disciplina denominada “Eletiva de Base” por meio das atividades práticas, das discussões em sala de aula e a atividade considerada como prova final, que consistiu da exposição dos trabalhos dos alunos na culminância da eletiva, ocorrida em 06/12/2023 na escola em que este projeto foi aplicado.

Para efetuar esta exposição, as duas turmas da disciplina Eletiva de Base<sup>1</sup> foram organizadas em três grupos de apresentação para cada turma, contando, em média, com 13 alunos em cada grupo. Os três temas foram oferecidos para que cada grupo pudesse selecionar um deles, garantindo que não houvesse repetição de temas nas apresentações.

Para realizar a exposição, foi solicitado que cada grupo montasse um *Banner* de acordo com um modelo proposto, preparasse um experimento prático sobre o tema, construísse uma demonstração do movimento em formato de holograma de acordo com o modelo apresentado na Figura 6.1<sup>2</sup> e demonstrasse o movimento por meio da modelagem apresentada no aplicativo *Physical Modeler*. Desta forma, ao todo, foram seis apresentações de trabalhos em grupo a serem analisados. Neste capítulo, apresentaremos os resultados seguindo a ordem dos experimentos e do turno da turma. Assim, começaremos com Queda livre do turno matutino, seguida pela Queda livre do turno vespertino e assim sucessivamente até o último tema proposto.

**Figura 6.1** – Modelo de dispositivo gerador de holograma caseiro apresentado aos estudantes.



Fonte: YouTube

<sup>1</sup>É relevante lembrar que este método foi implementado em duas turmas, sendo uma no período matutino e a outra no vespertino como apresentado na Seção 5.2.

<sup>2</sup>O tutorial para construção deste dispositivo encontra-se disponível em <https://www.youtube.com/watch?app=desktop&v=Jrs8cmaaknI>.

## 6.1 Sobre as dificuldades de aplicação

Por se tratar de uma pequena escola do interior com poucas turmas, os estudantes do turno matutino e vespertino organizaram-se de modo a combinar a forma de apresentação de seus trabalhos por cada tema. Com isso, durante as exposições, os estudantes utilizaram o mesmo *banner* e praticamente a mesma metodologia de apresentação, embora tenham sido observadas leves diferenças entre os turnos.

Alguns imprevistos surgiram no dia da culminância. A escola em questão depende de ônibus escolares compartilhados com o município, e nesta data as escolas municipais estavam realizando provas finais, o que resultou liberação antecipada de seus alunos em relação ao horário padrão. Assim, a escola em questão teve que se adequar ao horário das avaliações municipais, reduzindo o tempo do evento. No turno matutino, a culminância iniciou-se às 7 horas e encerrou-se às 10 horas, horário de Brasília; no turno vespertino, começou às 13 horas e finalizou às 16 horas.

As turmas de primeira série do Ensino Médio participam das Eletivas de Base que ocorrem em dois dias letivos, ou seja, cada estudante do primeiro ano participa de duas Eletivas de Base que ocorrem nesta escola às quartas e sextas-feiras. No entanto, a culminância, que deveria acontecer em dois dias, ocorreu em apenas um dia. Assim, muitos estudantes tiveram que se organizar para participar de dois projetos simultaneamente durante a culminância da eletiva.

Durante o evento, a avaliação foi conduzida de duas maneiras distintas: em primeiro lugar, ocorreu a observação a distância de como as equipes lidavam com suas apresentações em relação à organização e interação destas equipes com o público durante a demonstração de seus respectivos projetos; em segundo lugar, os estudantes foram avaliados por meio da visita aos seus estandes, quando tinham a oportunidade de expor seus conhecimentos ao professor.

## 6.2 Queda Livre com Arrasto

### 6.2.1 Turno matutino

Para a apresentação, o grupo preparou, conforme solicitado, o experimento, o *banner* e a simulação por meio do *app Physical Modeler*.

Durante a apresentação, a equipe iniciou sua explanação com um diálogo, definindo o que é a queda livre e explicando como ela ocorre. Após a introdução à descrição do movimento, eles realizaram o experimento prático, utilizando uma sacola plástica, linha e um pedaço de papelão, materiais que transformaram em um “pequeno paraquedas” (ver Figura 6.2).

**Figura 6.2** – Estudantes preparando o experimento improvisado com o tema “queda livre”.



**Fonte:** Autoria própria.

Após a realização da demonstração do experimento, um dos integrantes do grupo apresentou o movimento por meio de uma modelagem em seu celular, e as equações que determinaram o movimento foram expostas em seu *banner*, conforme ilustrado na Figura 6.3.

**Figura 6.3** – Banner apresentando a explicação do movimento de queda livre com arrasto quadrático.

**QUEDA LIVRE**

A queda livre é um fenômeno físico que ocorre quando um objeto é liberado no vácuo e só é afetado pela gravidade. No entanto, na prática este movimento é leva em consideração o atrito com o ar.

Quando o movimento considera o atrito, a equação de posição muda levando em conta o coeficiente de atrito com o ar:

$$\Delta s = \frac{m}{c} \ln \left( \coth \left( \sqrt{\frac{c}{m}} t \right) \right)$$

Nesta nova fórmula a massa ( $m$ ) do objeto em queda é levada em consideração juntamente com o coeficiente de atrito ( $c$ ).

Na Física, o movimento de queda livre sem o atrito pode ser descrito pela equação de posição:

$$\Delta s = -g \frac{t^2}{2}$$

Em que  $\Delta s$  é a variação do espaço,  $g$  é a gravidade e  $t$  o tempo.

Ar      Vácuo

Na comparação o movimento de queda livre com atrito em relação ao movimento sem atrito, corpos de igual massa caem primeiro e no outro ambos tem a mesma velocidade de queda.

**Fonte:** Autoria própria.

Percebe-se que os estudantes tiveram o cuidado de incluir as equações de posição para o movimento sem atrito e com atrito, além de ilustrações para representar o tópico explanado.

A modelagem realizada pelo estudante ocorreu perfeitamente, de modo que, ao lado da modelagem da queda livre com atrito, foi demonstrada a queda livre sem atrito, permitindo a comparação entre ambos os movimentos. Durante a apresentação, um estudante fez a seguinte comparação: “a queda livre sem atrito é como se um paraquedista pulasse sem paraquedas e ao lado dele um outro paraquedista pulasse com o paraquedas aberto, o homem sem o paraquedas representa a queda sem atrito e o outro com atrito, com isso, com o mesmo tempo de queda ambos percorreram distâncias diferentes ao longo da queda”.

### 6.2.2 Turno vespertino

A estratégia adotada pela equipe para abordar o movimento em questão foi iniciar com o *banner*. Como já mencionado, o *banner* da equipe é o mesmo utilizado pela equipe do turno matutino. A explanação foi concisa e lógica, e em seguida o grupo passou para a demonstração do experimento por meio da modelagem, conforme mostrado na Figura 6.4.

**Figura 6.4** – Estudante demonstrando a modelagem do movimento de queda livre para um ouvinte que assiste sua apresentação.



**Fonte:** Autoria própria.

Após o término da demonstração da modelagem, outro estudante realizou a demonstração do movimento de queda livre utilizando um paraquedas semelhante ao desenvolvido pela equipe matutina. No entanto, este teve uma pequena diferença, pois não utilizou uma sacola inteira, apenas uma pequena parte desta cortada em formato circular. Além disso, o aparato contou com a linha presa simetricamente à borda da circunferência, maximizando sua eficiência em relação ao experimento anterior. Ressalta-se que utilizaram um pedaço de papelão como peso. Conforme ilustrado na Figura 6.5, os estudantes empregaram um cabo de vassoura para impulsionar o paraquedas improvisado para cima, permitindo-lhe um maior tempo de movimento de queda.

**Figura 6.5** – Estudante preparando o experimento do paraquedas para lançá-lo.



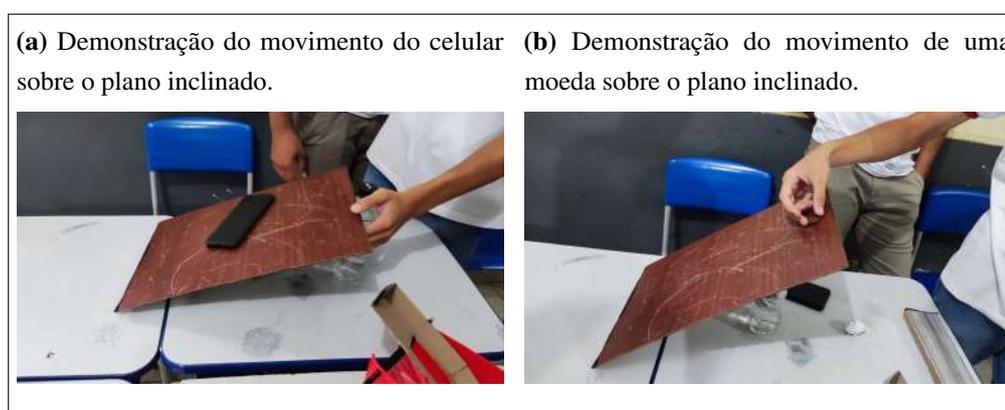
**Fonte:** Autoria própria.

### 6.3 Plano Inclinado

#### 6.3.1 Turno matutino

Para a apresentação, o grupo desenvolveu um experimento bastante simples, porém didático, sobre o plano inclinado. Utilizando um pedaço retangular de compensado apoiado sobre uma garrafa de água, os estudantes realizaram a demonstração do comportamento de dois corpos diferentes (celular, conforme apresentado na Figura 6.6a, e uma moeda, conforme mostrado na Figura 6.6b) quando estes são submetidos a inclinações distintas no plano inclinado.

**Figura 6.6** – Compilado de imagens com o experimento do plano inclinado apresentado pela turma da eletiva do período matutino.



**Fonte:** Autoria própria.

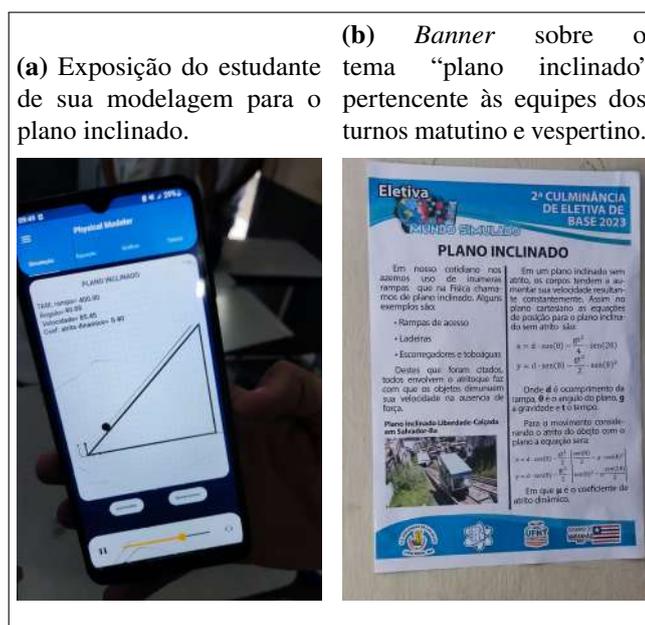
O *banner*, evidenciado na Figura 6.7b, desenvolvido pelas equipes, continha de forma resumida a explicação sobre o plano inclinado, exemplos de sua aplicação e as equações de movimento utilizadas na simulação do aplicativo *Physical Modeler*. No entanto, a equipe não se concentrou na explicação do *banner*, limitando-se apenas à demonstração experimental e virtual, conforme mostrado na Figura 6.7a.

De modo geral, a equipe conseguiu executar com perfeição a modelagem e demonstrou compreensão da teoria do movimento, mas apresentava certa dificuldades de explicar o funcionamento das equações.

#### 6.3.2 Turno vespertino

Diferentemente da equipe do turno matutino, esta equipe iniciou a apresentação utilizando o *banner*. Demonstraram excelente domínio de conteúdo e presença de sala, atraindo um vasto público para sua apresentação, conforme fica evidenciado pela imagem exibida na Figura 6.8.

**Figura 6.7** – Compilado de imagens do experimento do plano inclinado.



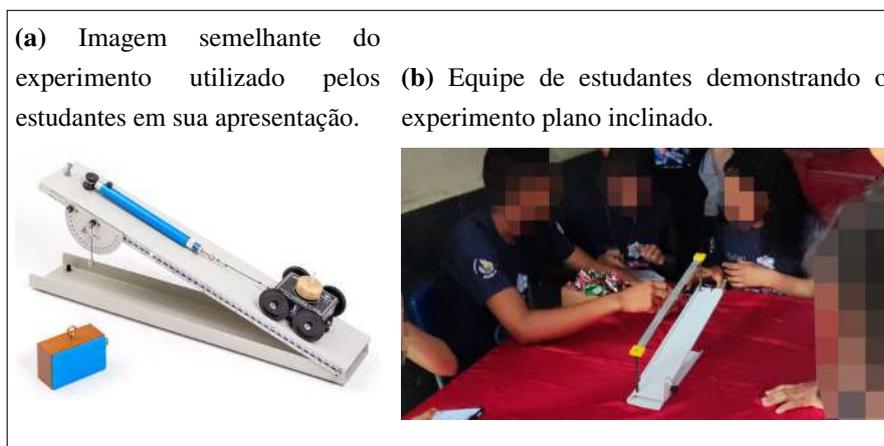
**Figura 6.8** – Equipe do período vespertino atuando no durante a apresentação do tema “plano inclinado” e explicando o conteúdo para outros estudantes.



Fonte: Autoria própria.

Para demonstrar o experimento, o grupo trouxe um experimento pré-fabricado contendo um pequeno carrinho, um dinamômetro e um pedaço de madeira com diferentes aderências em cada face. Eles demonstraram que, quando submetido a diferentes ângulos, o objeto fica sujeito a diferentes intensidades de força resultante. Esta força resultante está associada ao atrito presente entre o corpo e a superfície.

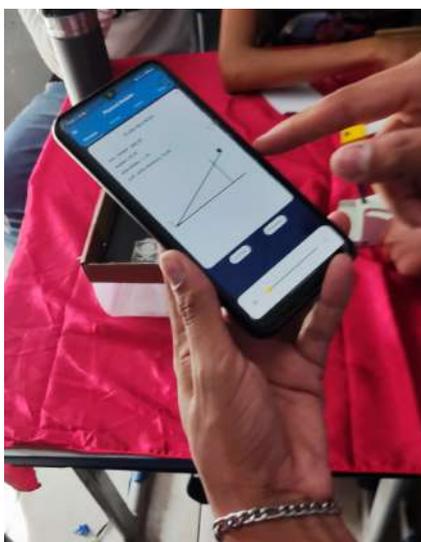
**Figura 6.9** – Equipe do período vespertino apresentado o experimento do movimento sobre o plano inclinado.



**Fonte:** ensinolab.com.br compilado pelo autor

Fechando a apresentação, a equipe realizou a demonstração do experimento por meio da modelagem utilizando o aplicativo *Physical Modeler* (ver Figura 6.10). Indo além de simplesmente pressionar o botão *play* da simulação, a equipe fez alterações em algumas constantes, como inclinação do plano inclinado, a massa do corpo e o comprimento do plano, para poder embasar sua explicação.

**Figura 6.10** – Estudante explicando o funcionamento do plano inclinado por meio da modelagem com o aplicativo *Physical Modeler* em seu celular.



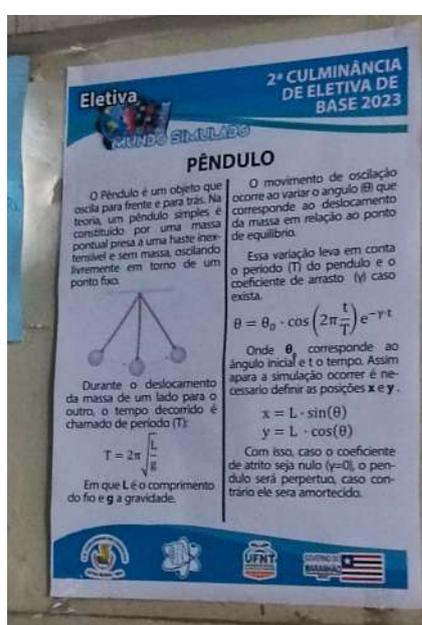
**Fonte:** Autoria própria.

## 6.4 Pêndulo Simples

### 6.4.1 Turno matutino

Assim como as outras equipes, o grupo do turno matutino e vespertino uniram-se para desenvolver um único *banner*, mostrado na Figura 6.11, para apresentação do tema “Pêndulo Simples”. Mais uma vez, as equipes se superaram e desenvolveram um excelente trabalho gráfico. O *banner* continha definição do tema, ilustração e equações de movimento utilizadas na simulação.

**Figura 6.11** – *Banner* sobre o tema pêndulo simples.



**Fonte:** Autoria própria.

O grupo iniciou a apresentação com a experimentação. Esta foi realizada utilizando uma mesa do estudante sobreposta em outra mesa (ver Figura 6.12) e na qual fixaram uma massa presa a um barbante. Eles executaram o movimento e a medida que este ocorria a equipe apresentava a explicação do fenômeno.

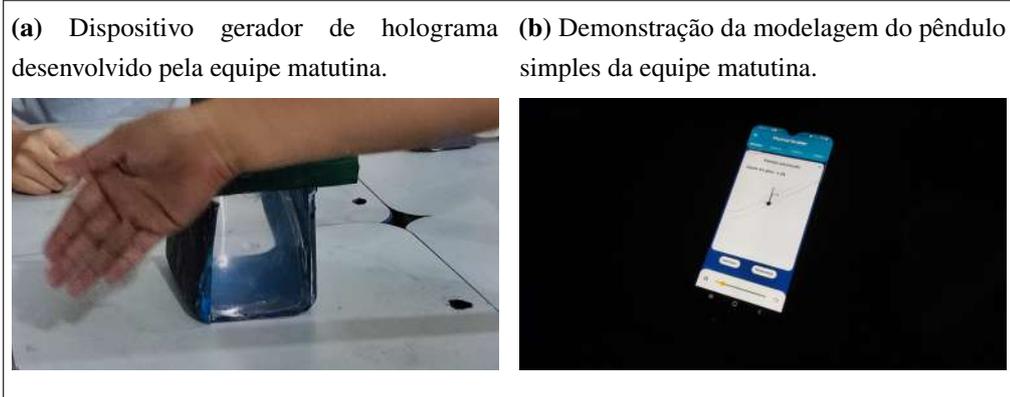
**Figura 6.12** – Apresentação do grupo do turno matutino sobre o tema pêndulo simples.



**Fonte:** Autoria própria.

Após a explicação do movimento por meio do experimento, a equipe relacionou o experimento com o conteúdo exposto no *banner* apresentado na Figura 6.11, passando, em seguida, para a demonstração do mesmo por meio de um vídeo exposto em formato de holograma (ver Figura 6.13a).

**Figura 6.13** – Compilado de imagens da apresentação da equipe do plano inclinado matutino.



**Fonte:** Autoria própria.

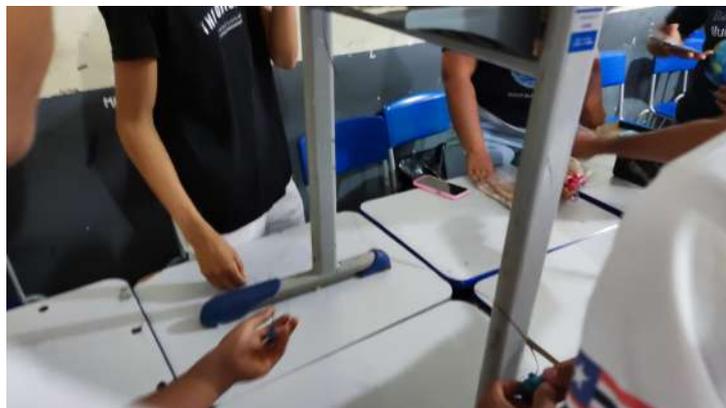
A finalização da explanação do grupo foi feita por meio da modelagem computacional com o aplicativo *Physical Modeler*. A equipe realizou a simulação e explicou o que ocorre durante o movimento do pêndulo ao variar seu comprimento e a força gravitacional do meio em questão, demonstrando claro domínio do seu conteúdo.

#### 6.4.2 Turno vespertino

De forma similar à equipe matutina, o grupo iniciou a apresentação utilizando o experimento. Este possuía a mesma estrutura do apresentado pelo turno matutino, com apenas um pequeno diferencial, ao invés de possuir apenas uma massa oscilante, os estudantes utilizaram duas massas diferentes (ver Figura 6.14), sendo uma pequena e outra média. O intuito do grupo

era de demonstrar a diferença de comportamento do movimento ao se alterar as proporções dos corpos em movimento.

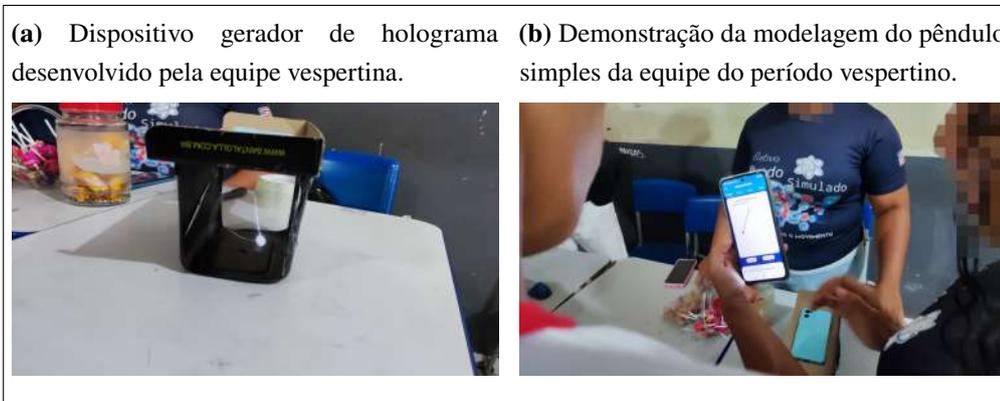
**Figura 6.14** – Experimento do pêndulo simples realizado pela equipe do período vespertino.



**Fonte:** Autoria própria.

Após a demonstração experimental, os estudantes passaram a apresentar a discussão sobre o movimento por meio da modelagem, conforme ilustrado na Figura 6.15b. Em seguida, houve uma rápida apresentação do movimento por meio do holograma (ver Figura 6.15a). A equipe não focou na explicação do material contido no *banner*, deixando este como apoio visual.

**Figura 6.15** – Compilado de imagens da apresentação da equipe do plano inclinado vespertino.



**Fonte:** Autoria própria.

Concluem-se as discussões acerca dos resultados obtidos na disciplina eletiva. A avaliação formativa revelou-se apropriada. As apresentações durante a “Culminância das Eletivas” evidenciaram que os discentes demonstraram sinais de aprendizagem, mesmo não estando sujeitos às avaliações somativas tradicionalmente aplicadas. Não se pode deixar de mencionar que houve êxito em integrar os conceitos tradicionais da Física Clássica com a tecnologia, demonstrando uma possibilidade de transbordamento da “Física da Escola” para a “Física do Cotidiano”.

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este projeto, fundamentado na aplicação da metodologia do Arco de Magueréz e no uso do aplicativo *Physical Modeler* como recurso didático prático, apresentou uma abordagem inovadora centrada na busca pela aprendizagem significativa crítica, conforme delineada por Marco Antônio Moreira.

Durante o desenvolvimento do projeto, foram conduzidos três experimentos práticos de Física, abrangendo conceitos como cinemática, dinâmica e ondas, que correspondem a quedas livres, planos inclinados e pêndulos simples, respectivamente. Estas atividades foram aplicadas em duas turmas de Eletiva de Base, cada uma composta por cerca de quarenta estudantes, em uma escola de Ensino Médio situada no interior do Maranhão. A metodologia adotada destacou-se por promover a participação ativa dos alunos, incentivando a construção do conhecimento de maneira mais aprofundada e crítica.

A seleção estratégica do aplicativo *Physical Modeler* demonstrou ser crucial para o êxito do projeto, proporcionando uma ferramenta especializada para a realização de modelagens físicas de forma interativa e envolvente. A interface intuitiva do aplicativo contribuiu significativamente para a compreensão dos conceitos físicos pelos alunos, tornando o processo de aprendizagem mais dinâmico e acessível.

Os resultados obtidos sugerem que a abordagem adotada não apenas facilitou a compreensão teórica, mas também estimulou a aplicação prática dos conceitos estudados. A integração entre teoria e prática, alinhada ao Arco de Magueréz, possibilitou que os alunos vivenciassem de forma mais completa e significativa o estudo de Física.

Diante dessas observações bem-sucedidas, inferimos que a metodologia empregada, ao integrar as estratégias do Arco de Magueréz com o aplicativo *Physical Modeler*, emerge como uma alternativa eficaz para o ensino de Física, especialmente quando se busca uma aprendizagem significativa mais crítica e contextualizada. Este projeto não apenas ampliou o entendimento dos alunos sobre os fenômenos físicos abordados, mas também despertou o interesse e a curiosidade, fomentando o desenvolvimento de habilidades científicas e o pensamento crítico.

Dada a eficácia observada, recomendamos que iniciativas semelhantes sejam consideradas em outras instituições educacionais, buscando potencializar a qualidade do ensino de Física e promover uma educação mais envolvente e eficaz. O sucesso deste projeto ressalta a importância de estratégias inovadoras que combinem teoria, prática e tecnologia, contribuindo para uma educação mais significativa e preparando os estudantes para os desafios do século XXI.

## REFERÊNCIAS

### Artigos de periódicos

AGENCIA NACIONAL DE TELECOMUNICAÇÕES. RELATÓRIO DE ACOMPANHAMENTO DO SETOR DE TELECOMUNICAÇÕES: Telefonia Móvel - Serviço Móvel Pessoal (SMP) - 2º semestre de 2020, 2020. Disponível em: <[https://sei.anatel.gov.br/sei/modulos/pesquisa/md\\_pesq\\_documento\\_consulta\\_externa.php?eEP-wqk1skrd8hSlk5Z3rN4EVg9uLJqrLYJw\\_9INc04NT86aq4DZSJmWh9gBoilhtRgvXnEhjt6dqYhPLeIC2xMriz0LrD6LEynf1psEz1LJAq9-LHel\\_G9fbuXRs7UR](https://sei.anatel.gov.br/sei/modulos/pesquisa/md_pesq_documento_consulta_externa.php?eEP-wqk1skrd8hSlk5Z3rN4EVg9uLJqrLYJw_9INc04NT86aq4DZSJmWh9gBoilhtRgvXnEhjt6dqYhPLeIC2xMriz0LrD6LEynf1psEz1LJAq9-LHel_G9fbuXRs7UR)>. Acesso em: 4 mar. 2024. Citado 1 vez na página 24.

Azarias, N. C.; Silva, C. A.; Santana, W. N. Aplicação do Arco de Maguerz no Ensino de Física. **Revista Arithmós**, Goiania, v. 1, n. 1, p. 43–46, 2019. ISSN 2674-7863. DOI: <https://doi.org/10.18224/arithmos.v1i1.6911>. Citado 2 vezes nas páginas 91, 92.

Berbel, N. A. N. A problematização e a aprendizagem baseada em problemas. **Interface comunicação saúde educação**, Botucatu, v. 2, n. 2, 1998a. Citado 2 vezes nas páginas 102, 105.

Berbel, N. A. N. As metodologias ativas e a promoção da autonomia de estudantes. **Semina: Ciências sociais e humanas**, v. 32, n. 1, p. 25–40, 2011. Citado 1 vez na página 89.

Berbel, N. A. N.; Gamboa, S. A. S. A metodologia da problematização com o Arco de Maguerz: uma perspectiva teórica e epistemológica. **Filosofia e Educação**, 2012. ISSN 1984-9605. Disponível em: <<https://repositorio.minedu.gob.pe/bitstream/handle/20.500.12799/2846/A%20metodologia%20da%20problematiza%20c3%a7%20c3%a3o%20com%20o%20Arco%20de%20Maguerz%20uma%20perspectiva%20te%20c3%b3rica%20e%20epistemol%20c3%b3gica.pdf?sequence=1&isAllowed=y>>. Acesso em: 20 ago. 2023. Citado 6 vezes nas páginas 19, 89–91, 109.

Billieux, J. et al. O uso desordenado do telefone celular pode ser considerado um vício comportamental? Uma atualização sobre as evidências atuais e um modelo abrangente para pesquisas futuras. **Current Addiction Reports**, n. 2, p. 156–162, 2015. Citado 1 vez na página 25.

Brandão, R. V.; Araujo, I. S.; Veit, E. A. A modelagem científica de fenômenos físicos e o ensino da física. **Física na Escola**, São Paulo, v. 9, n. 1, 2008. Citado 1 vez na página 36.

Brighenti, J.; Biavatti, V. T.; Souza, T. R. de. Metodologias de ensino-aprendizagem: uma abordagem sob a percepção dos alunos. **Revista Gestão Universitária na América Latina-GUAL**, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, v. 8, n. 3, p. 281–304, 2015. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.5007/1983-4535.2015v8n3p281>>. Acesso em: 8 fev. 2024. Citado 4 vezes nas páginas 81, 84, 85.

Calixto, T. Como dar aulas práticas de Ciências sem laboratório? pt. **Nova escola**, 2023. Disponível em: <<https://novaescola.org.br/conteudo/21735/como-dar-aulas-praticas-de-ciencias-sem-laboratorio>>. Acesso em: 13 fev. 2024. Citado 1 vez na página 16.

Cid, F. M. et al. Estilos de aprendizaje visual, auditivo o kinestésico de los estudiantes de educación física de la UISEK de Chile. **Revista electrónica de psicología Iztacala**, Chile, v. 15, n. 2, p. 405, 2012. Citado 1 vez na página 35.

Colombo, A. A.; Berbel, N. A. N. A Metodologia da Problematização com o Arco de Magueréz e sua relação com os saberes de professores. **Semina: ciências sociais e humanas**, v. 28, n. 2, p. 121–146, 2007. Disponível em: <<https://doi.org/10.5433/1679-0383.2007v28n2p121>>. Acesso em: 10 jan. 2024. Citado 2 vezes nas páginas 87, 91.

Corno, L. On Teaching Adaptively. **Educational Psychologist**, v. 43, n. 3, p. 161–173, 2008. ISSN 0046-1520. DOI: 10.1080/00461520802178466. Disponível em: <<https://ssr.site.files.wordpress.com/2018/02/corno-2008-on-teaching-adaptively.pdf>>. Acesso em: 5 fev. 2024. Citado 1 vez na página 87.

Damasceno, A. M.; Aparecida Said, F. O MÉTODO PROBLEMATIZADOR NO CUIDADO EDUCATIVO COM MULHERES NO PREPARO AO PARTO. **Cogitare Enfermagem**, Curitiba, v. 13, n. 2, jun. 2008. ISSN 1414-8536. Disponível em: <<https://www.redalyc.org/pdf/4836/483648979003.pdf>>. Acesso em: 19 jan. 2024. Citado 1 vez na página 100.

Felder, R. M.; Silverman, L. K. et al. Learning and teaching styles in engineering education. **Engineering education**, North Carolina, v. 78, n. 7, p. 674–681, 1988. Citado 1 vez na página 35.

Ferigato, E. O uso do smartphones nas escolas: Benefícios, desafios e perspectivas educacionais. **Research, Society and Development**, v. 12, n. 8, 2023. ISSN 2525-3409. DOI: <http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v12i8.43125>. Citado 2 vezes nas páginas 16, 25.

Fontes, A. S. et al. A UTILIZAÇÃO DO SMARTPHONE COMO RECURSO DIDÁTICO NO ENSINO DE FÍSICA – uma possibilidade de inclusão. **Revista Formação Docente**, Rua da Bahia 2020, Lourdes. Belo Horizonte, MG. CEP: 30160-012, v. 11, n. 2, p. 1–25, 2019. Citado 3 vezes nas páginas 16, 17.

Kafylilo, A. N. Acesso, uso e conscientização de mestres e alunos em relação à telefonia móvel como ferramenta de ensino e aprendizagem na Tanzânia. **Educ. Informar. Tecnol**, v. 19, p. 115–127, 2012. Citado 1 vez na página 25.

Kenski, V. M. Educação e Tecnologias: o novo ritmo da informação. **Papirus**, Campinas, 2008. Citado 2 vezes na página 21.

Lima, J. O. G. de. Perspectivas de novas metodologias no Ensino de Química. **Revista Espaço Acadêmico**, n. 136, set. 2012. ISSN 1519-6186. Disponível em: <[https://www.researchgate.net/profile/Jose-Lima-22/publication/253328849\\_Perspectivas\\_de\\_novas\\_metodologias\\_no\\_Ensino\\_de\\_Quimica/links/02e7e51f82fa481222000000/Perspectivas-de-novas-metodologias-no-Ensino-de-Quimica.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Jose-Lima-22/publication/253328849_Perspectivas_de_novas_metodologias_no_Ensino_de_Quimica/links/02e7e51f82fa481222000000/Perspectivas-de-novas-metodologias-no-Ensino-de-Quimica.pdf)>. Acesso em: 8 fev. 2024. Citado 1 vez na página 81.

Luckesi, C. C. Prática escolar: do erro como fonte de castigo ao erro como fonte de virtude. **FDE**, São Paulo, 1998. Disponível em: <[http://www.crmariocovas.sp.gov.br/int\\_a.php?t=023](http://www.crmariocovas.sp.gov.br/int_a.php?t=023)>. Acesso em: 15 jan. 2024. Citado 1 vez na página 102.

Manfredi, S. M. Metodologia do ensino: diferentes concepções. **Campinas: FE**, Campinas, 1993. Disponível em: <[https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/1974332/mod\\_resource/content/1/METODOLOGIA-DO-ENSINO-diferentes-concep%C3%A7%C3%B5es.pdf](https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/1974332/mod_resource/content/1/METODOLOGIA-DO-ENSINO-diferentes-concep%C3%A7%C3%B5es.pdf)>. Acesso em: 8 fev. 2024. Citado 3 vezes nas páginas 81, 85, 86.

Miranda, A. Experimento para Aplicação Prática da Cinemática em Física 1 do Ensino Médio. Manaus - AM, 2009. Experimento para Aplicação Prática da Cinemática em Física 1 do Ensino Médio. Citado 1 vez na página 99.

Mizukami, M. G. Ensino: as abordagens do processo. **EPU**, São Paulo, 1986. Citado 2 vezes na página 82.

Monteiro, M. M.; Souza Marcelino, V. de. O USO DA METODOLOGIA DA PROBLEMATIZAÇÃO COM O ARCO DE MAGUEREZ PARA O ENSINO DE QUÍMICA. **Revista de Educação, Ciências e Matemática**, v. 8, n. 3, jul. 2018. ISSN 2238-2380. Citado 0 vez na página 90.

Moreira, M. A. Aprendizagem Significativa Crítica. Porto Alegre, 2010. Disponível em: <<http://www.if.ufrgs.br/~moreira/apsigcritport.pdf>>. Acesso em: 3 fev. 2024. Citado 6 vezes nas páginas 95, 97, 99–101, 103.

\_\_\_\_\_. Aprendizaje significativo crítico (Critical meaningful learning). **Indivisa. Boletín de estudios e investigación**, La Salle Centro Universitario, n. 6, p. 83–102, 2005. Citado 1 vez na página 87.

\_\_\_\_\_. Desafios no ensino da física. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 43, mar. 2021. DOI: <https://doi.org/10.1590/1806-9126-RBEF-2020-0451>. Citado 1 vez na página 17.

Nagem, R. L. et al. Uma proposta de metodologia de ensino com analogias. **Revista Portuguesa de Educação**, Universidade do Minho Braga, Portugal, v. 1, p. 197–213, 2001. Disponível em: <<https://www.redalyc.org/pdf/374/37414109.pdf>>. Acesso em: 8 fev. 2024. Citado 3 vezes nas páginas 85, 103.

Nicola, J. A.; Paniz, C. M. A importância da utilização de diferentes recursos didáticos no ensino de ciências e biologia. **Revista do Núcleo de Educação a Distância da unesp**, São Paulo, v. 2, n. 1, p. 355–381, 2016. ISSN 2525-3476. Citado 1 vez na página 17.

Oliveira, E. R. de; Cunha, D. d. S. O uso da tecnologia no ensino da Matemática: contribuições do software GeoGebra no ensino da função do 1º grau. **Revista Educação Pública**, v. 21, n. 36, jul. 2021. Disponível em: <<https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/21/36/o-uso-da-tecnologia-no-ensino-da-matematica-contribuicoes-do-software-geogebra-no-ensino-da-funcao-do-1-grau>>. Acesso em: 20 nov. 2023. Citado 1 vez na página 30.

Pedrosa, L. B.; Sousa, R. A. ERA UMA VEZ O LIVRO INFANTIL. **DESIGN &**, v. 2, n. 2, p. 110, 2015. Citado 1 vez na página 34.

Pellizari, A. et al. Teoria da aprendizagem significativa segundo Ausubel. **Revista PEC**, Curitiba, v. 2, n. 1, 2002. Disponível em: <<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/storage/materiais/0000012381.pdf>>. Acesso em: 14 jan. 2024. Citado 1 vez na página 102.

Peterson, A. et al. Understanding innovative pedagogies. **OECD Education Working Papers**, OECD, Paris, n. 172, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1787/9f843a6e-en>. Disponível em: <<https://www.oecd-ilibrary.org/content/paper/9f843a6e-en>>. Acesso em: 5 fev. 2024. Citado 1 vez na página 87.

RASINO, M.; Broiero, X. A.; Garcia-ROMANO, L. Museos virtuales iberoamericanos en español como contextos de enseñanza y aprendizaje de las ciencias naturales. **Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias**, v. 17, n. 1, 2020. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.25267/Rev\\_Eureka\\_ensen\\_divulg\\_cienc.2020.v17.i1.1301](http://dx.doi.org/10.25267/Rev_Eureka_ensen_divulg_cienc.2020.v17.i1.1301)>. Acesso em: 10 nov. 2023. Citado 1 vez na página 22.

Rodrigues, A.; Schimiguel, J. Estilos de aprendizagem em um curso de sistemas de informação. **Observatorio de la Economía Latinoamericana**, agosto, 2018. Citado 1 vez na página 35.

Rosa, M.; Orey, D. C. A modelagem como um ambiente de aprendizagem para a conversão do conhecimento matemático. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, SciELO Brasil, v. 26, p. 261–290, 2012. Citado 1 vez na página 36.

Santos, I. D. d. A.; Neto, J. G. P.; Rodrigues, F. L. d. O. A UTILIZAÇÃO DO MODELLUS COMO FERRAMENTA MEDIADORA NO ENSINO DE CINEMÁTICA EM UM CONTEXTO REMOTO. **Revista Docentes**, v. 8, n. 24, p. 54–64, 2023. Citado 1 vez na página 109.

Silva, A. H.; Fossá, M. I. T. Análise de conteúdo: exemplo de aplicação da técnica para análise de dados qualitativos. **Qualitas revista eletrônica**, v. 16, n. 1, p. 1–14, 2015. Citado 1 vez na página 108.

Silveira, L. L. Metodologia do ensino superior. **Lavras: Ed. UFLA/FAEPE**, Minas Gerais, 2002. Citado 1 vez na página 80.

Veit, E. A.; Teodoro, V. D. Modelagem no ensino: aprendizagem de física e os novos parâmetros curriculares nacionais para o ensino médio. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, São Paulo, v. 24, n. 2, p. 87–96, jun. 2002. Citado 2 vezes nas páginas 32, 36.

Zhinin, G. V. L.; Montenegro, Á. R. T. Estilos de aprendizaje visual, auditivo y kinestésico: un análisis desde las ciencias sociales y técnicas. **Lecturas: Educación física y deportes**, Tulio Guterman, v. 22, n. 237, p. 11, 2018. Citado 2 vezes na página 35.

### Artigos de anais de conferência

Ortiz, J. d. L. d. R. O uso do *Software Tracker* para o ensino da Física. In: 5<sup>o</sup> SENID: Cultura digital na educação. [S.l.: s.n.], 2018. Disponível em: <[https://www.upf.br/\\_uploads/Conteudo/senid/2018-oficinas/179044.pdf](https://www.upf.br/_uploads/Conteudo/senid/2018-oficinas/179044.pdf)>. Acesso em: 19 set. 2023. Citado 1 vez na página 31.

### Capítulo de livro

Moreira, A. F. B.; Candau, V. M. INDAGAÇÕES SOBRE O CURRÍCULO. In: Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2007. Currículo, Conhecimento e Cultura. MEC/SEB. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/Ensfund/indag3.pdf>>. Acesso em: 20 jan. 2024. Citado 1 vez na página 97.

Moreira, M. A. Aprendizagem Significativa. In: [s.l.]: Editora UnB, 1999. A teoria de Ausubel. Citado 4 vezes nas páginas 93, 94.

## Dissertações de Mestrado

Amorim, E. S. d. A. **O USO DO SOFTWARE MODELLUS COMO FERRAMENTA AUXILIAR NO ENSINO DE FÍSICA: UMA APLICAÇÃO DA CINEMÁTICA**. 2018. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal do Acre, Rio Branco - Acre. Mestrado Profissional de Ensino de Física. Citado 1 vez na página 109.

Ávila, V. P. d. S. d. **A ESCOLA NO TEMPO: A construção do Tempo em escolas Isoladas (Florianópolis – 1930 - 1940)**. 2008. Dissertação de Mestrado – Universidade do Estado de Santa Catarina, Florianópolis. Pós-Graduação em Educação. Citado 1 vez na página 86.

Baggio, G. C. **Construção e Implementação de UEPS: Contribuições para Aprendizagem Significativa de Conceitos de Eletrodinâmica**. 2019. 113 f. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de Santa Maria, Centro de Ciências Naturais e Exatas, Rio Grande do Sul. Programa de Pós Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física. Citado 2 vezes nas páginas 97, 98.

Domingues, A. d. P. **O estágio curricular na formação do pedagogo: um estudo utilizando a metodologia da problematização**. 2012. Dissertação de Mestrado – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. Mestrado em Educação. Disponível em: <<http://www.bibliotecadigital.uel.br/document/?code=vtls000180319>>. Acesso em: 4 fev. 2024. Citado 1 vez na página 88.

Kimura, R. K. **Aplicação da metodologia da problematização com o Arco de Magueres para a aprendizagem significativa de química**. 2020a. Dissertação de Mestrado – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo. Mestrado profissional de Ciências e Matemática. Disponível em: <<https://repositorio.up.edu.br/jspui/handle/123456789/1079>>. Acesso em: 1 fev. 2024. Citado 1 vez na página 91.

\_\_\_\_\_. **O Arco de Magueres: uma proposta para as aulas de química**. 2020b. Produto Educacional de Mestrado – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo. Mestrado profissional de Ciências e Matemática. Disponível em: <<https://educapes.capes.gov.br/bitstream/capes/599406/3/PE%20Rodrigo%20Kimura.pdf>>. Acesso em: 1 fev. 2024. Citado 0 vez na página 91.

Moreira, R. **A percepção dos docentes e a visão do diretor escolar sobre o uso das TIC no ensino fundamental: Um estudo de caso**. 2016. Dissertação de Mestrado – Politécnico do Porto, Porto - Portugal. Mestrado em Educação. Citado 1 vez na página 23.

Silva, J. L. **Tecnologias móveis nos processos de ensino e de aprendizagem em física: Reflexões e possibilidades de um ambiente educacional interativo**. 2018. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de Alagoas, Maceió. Mestrado em Física. Disponível em: <<http://www.repositorio.ufal.br/handle/riufal/3141>>. Acesso em: 11 dez. 2023. Citado 1 vez na página 27.

Silva, P. A. d. **Acessibilidade aos laboratórios de informática nas escolas públicas de Grajaú-Maranhão: um estudo de caso**. 2016. Dissertação de Mestrado – Instituto Politécnico do Porto, Portugal. Mestrado em Educação. Citado 2 vezes nas páginas 16, 26.

## Livros

Andersen, E. L. **Multimídia digital na escola**. São Paulo: Paulinas, 2016. ISBN 978-85-356-4151-6. Citado 1 vez na página 22.

Andrade, M. E. de. **SIMULAÇÃO E MODELAGEM COMPUTACIONAL COM O SOFTWARE MODELLUS**: Aplicações práticas para o ensino de física. Edição: Comissão editorial da Série MNPEF. Edição: Editora Livraria da Física. 1. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016. P. 17–34. 127 p. ISBN 978-85-7861-405-8. Citado 11 vezes nas páginas 16–18, 25, 32, 36, 85, 109.

Ausubel, D. P. **The acquisition and retention of knowledge: A cognitive view**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2000. Citado 1 vez na página 95.

Ausubel, D. P.; Novak, J. D.; Hanesian, H. **Psicologia Educacional**. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980a. Trad. De Eva Nick. Citado 1 vez na página 92.

\_\_\_\_\_. \_\_\_\_\_. 2. ed. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980b. Citado 2 vezes nas páginas 92, 93.

Avohai, H. **FÍSICA**: Cinemática Vetorial. [S.l.]: Gran Concursos Online, [s.d.] Citado 1 vez na página 24.

Bandler, R.; Grinder, J. **Estructura de la magia I (The Structure of Magic I): Language y terapia**. [S.l.]: Cuatro vientos, 1996. v. 1. Citado 1 vez na página 35.

Berbel, N. A. N. **Metodologia da problematização: experiências com questões de ensino superior, ensino médio e clínica**. [S.l.]: Editora UEL, 1998b. ISBN 9788572161299. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=Ak5cAAAACAAJ>>. Citado 5 vezes nas páginas 89, 90, 92, 103.

\_\_\_\_\_. **Metodologia da problematização: fundamentos e aplicações**. [S.l.]: Editora UEL, 1999. (Atualidade acadêmica). ISBN 9788572162180. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=QsuyswEACAAJ>>. Citado 1 vez na página 89.

Bessa, V. d. H. **Teorias da Aprendizagem**. Curitiba: IESDE Brasil S.A., 2008. P. 204. ISBN 85-7638-365-9. Citado 1 vez na página 93.

Bordenave, J. D.; Pereira, A. M. **Estrategias de Enseñanza-Aprendizaje**: orientaciones didáticas para la docencia universitaria. [S.l.]: IICA, 1982. Citado 2 vezes nas páginas 88, 89, 92.

\_\_\_\_\_. **Estratégias de Ensino-Aprendizagem**. [S.l.]: Petrópolis: Vozes, 1989. Citado 1 vez na página 90.

\_\_\_\_\_. **METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGE com especial referência a educação agrícola superior**. [S.l.]: INSTITUTO INTERAMERICANO DE CIENCIAS AGRICOLAS DA OEA, 1973. Disponível em: <<https://repositorio.iica.int/bitstream/handle/11324/13213/BVE20118488p.pdf?sequence=3&isAllowed=y>>. Acesso em: 18 fev. 2024. Citado 3 vezes nas páginas 9, 88.

Brandão, C. R. **Repensando a Pesquisa Participante**. 3. ed. [S.l.]: Editora Brasiliense, 1987. Disponível em: <<https://pdfcoffee.com/238141958-brandao-c-r-repensando-a-pesquisa-participante-pdfpdf-pdf-free.html>>. Acesso em: 28 jan. 2024. Citado 1 vez na página 80.

Castells, M. **A era da informação: economia, sociedade e cultura**. [S.l.]: In: A Sociedade em Rede, São Paulo: Paz e Terra, 2000. Citado 1 vez na página 22.

Cortelazzo, A. et al. **Metodologias Ativas e Personalizadas de Aprendizagem**. [S.l.]: Editora AltaBooks, dez. 2018. P. 224. ISBN 978-85-508-0330-2. Citado 1 vez na página 97.

Eliot, L. **What's Going on in There?: How the Brain and Mind Develop in the First Five Years of Life**. [S.l.]: Allen Lane The Penguin Press, 2000. ISBN 9780713992915. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=38KAPwAACAAJ>>. Citado 1 vez na página 35.

Faria, W. de. **Aprendizagem e planejamento de ensino**. São Paulo: Ática, 1989. Citado 1 vez nas páginas 92, 93.

Freire, P. **Pedagogia da indignação: cartas pedagógicas e outros escritos**. São Paulo: Editora UNESP, 2000. (Coleção Prismas). Citado 1 vez na página 80.

Freire, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 2005. Citado 1 vez na página 101.

Gagne, R. M. **Princípios essenciais da aprendizagem para o ensino**. [S.l.]: Editora Globo, 1980. Citado 1 vez na página 83.

Gardner, H. E. **Intelligence reframed: Multiple intelligences for the 21st century**. [S.l.]: Hachette Uk, 2000. Citado 1 vez na página 35.

Halliday, D.; Resnick, R.; Walker, J. **Fundamentos da física**. Edição: GEN. Tradução: Ronaldo Sérgio de Biasi. 9. ed. [S.l.]: LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S. A., 2012. v. 1. 355 p. ISBN 978-85-216-1903-1. Citado 7 vezes nas páginas 38, 40, 41, 62, 63.

Knight, R. D. **Física: Uma abordagem estratégica – Mecânica Newtoniana, Gravitação, Oscilações e Ondas**. Tradução: Trieste Freire Ricce. 2. ed. Porto Alegre: bookman, 2009. v. 1. 488 p. ISBN 978-85-7780-519-8. Citado 1 vez na página 48.

Koche, J. C. **Fundamentos de metodologia científica**. Petrópolis-RJ: Editora Vozes, 2011. Disponível em: <[http://www.adm.ufrpe.br/sites/ww4.deinfo.ufrpe.br/files/Fundamentos\\_de\\_Metodologia\\_Cienti%CC%81fica.pdf](http://www.adm.ufrpe.br/sites/ww4.deinfo.ufrpe.br/files/Fundamentos_de_Metodologia_Cienti%CC%81fica.pdf)>. Acesso em: 15 nov. 2023. Citado 1 vez na página 27.

Lefrançois, G. R. **Teorias da Aprendizagem**. 5. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2008. Tradução: Vera Magyar. Citado 1 vez na página 82.

Lévy, P. **Cibercultura**. São Paulo: Editora 34, 1999. ISBN 85-7326-126-9. Citado 1 vez na página 23.

Libâneo, J. C. **Pedagogia e pedagogos, para quê?** 8. ed. [S.l.]: Cortez Editora, 2005. Citado 1 vez na página 101.

Melo, J. M. S. de. **História da Educação: Licenciatura em Matemática**. 2. ed. Fortaleza-CE: CAPES, 2012. Disponível em: <<https://educapes.capes.gov.br/bitstream/capes/207142/2/Historia%20da%20educa%C3%A7%C3%A3o.pdf>>. Acesso em: 22 jul. 2023. Citado 1 vez na página 86.

Menezes, E. T. d. et al. **Dicionário Interativo da Educação Brasileira - Educabrazil**. São Paulo: Midiamix Editora, 2001. Citado 1 vez na página 22.

Montessori, M. **The secret of childhood**. [S.l.]: Orient Longmans Calcutta, 1978. Citado 1 vez na página 35.

Moreira, M. A. **Metodologias de pesquisa em ensino**. 1. ed. [S.l.]: Editora Livraria da Física, 2011a. P. 73. 242 p. ISBN 978-85-7861-110-1. Citado 4 vezes nas páginas 97, 105, 107.

\_\_\_\_\_. **Teorias de Aprendizagem**. 2. ed. São Paulo: Editora abdr, 2011b. 242 p. ISBN 978-85-123-2180-6. Citado 5 vezes nas páginas 19, 87, 94, 95, 98.

Moreira, M. A.; Masini, E. A. F. S. **Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel**. 2. ed. São Paulo: Centauro, 2001. ISBN 8588208245. Citado 1 vez na página 92.

\_\_\_\_\_. \_\_\_\_\_. 4. ed. São Paulo: Centauro, 2016. reimp. Citado 1 vez na página 93.

Novaes, M.; Studart, N. **MECÂNICA QUÂNTICA BÁSICA**. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2016. (Série MNPEF). ISBN 978-85-7861-426-3. Citado 1 vez na página 17.

Novak, J. D.; Gowin, D. B. **Aprender a Aprender**. Barcelona: Paralelo Editora, LDA, 1988. Citado 1 vez na página 105.

Nussenzveig, H. M. **Curso de física básica: mecânica**. 5. ed. São Paulo: Edgard Blucher Ltda, 2013. v. 1. 394 p. ISBN 978-85-212-0745-0. Citado 6 vezes nas páginas 40, 41, 43.

ORGANIZAÇÃO DAS NAÇÕES UNIDAS PARA EDUCAÇÃO, A CIÊNCIA E A CULTURA. **Policy Guidelines for Mobile Learning**. 7, Place de Fontenoy, 75352 Paris 07 SP, France: [s.n.], 2013. ISBN 978-85-7652-190-7. Disponível em: <<https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000227770>>. Acesso em: 3 jan. 2024. Citado 2 vezes nas páginas 24, 25.

Ostermann, F.; Cavalcanti, C. J. H. **Teorias de Aprendizagem**. [S.l.]: Evangraf, 2011. Ebook. Disponível em: <[https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/7443962/mod\\_resource/content/0/Texto%20-%20teorias\\_de\\_aprendizagem\\_UFRGS.pdf](https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/7443962/mod_resource/content/0/Texto%20-%20teorias_de_aprendizagem_UFRGS.pdf)>. Acesso em: 5 fev. 2024. Citado 2 vezes nas páginas 82, 83.

Postman, N.; Weingartner, C. **Teaching as a subversive activity**. [S.l.]: Dell Publishing Co, 1969. P. 219. Citado 1 vez na página 94.

Saviani, D. **Escola e Democracia**. 35. ed. São Paulo: Editora Autores Associados, 2002. Citado 1 vez na página 82.

Sousa, R. P. de; S. C. Moita, F. M. C. da; Carvalho, A. B. G. **Tecnologias Digitais na Educação**. Campina Grande–PB: eduepb, 2011. P. 276. ISBN 978-85-7879-065-3. Citado 1 vez na página 86.

Symon, K. R. **Mecânica**. Rio de Janeiro: EDITORA CAMPUS, 1996. v. 1. 671 p. ISBN 85-7001-369-8. Citado 8 vezes nas páginas 38, 40, 42, 43, 70, 71.

Takahashi, T. **Sociedade da informação no Brasil: livro verde**. [S.l.]: Ministério da Ciência e Tecnologia (MCT), 2000. Citado 1 vez na página 22.

Taylor, J. R. **Mecânica Clássica**. São Paulo: bookman, 2013. ISBN 978-18-9138-922-1. Citado 15 vezes nas páginas 39, 40, 45, 46, 70–72, 75–77.

Tipler, P. A.; Mosca, G. **Física para Cientistas e Engenheiros**. 6. ed. [S.l.]: LTC, 2009. v. 1. 759 p. Citado 3 vezes nas páginas 40–42.

Valadares, J. A.; Moreira, M. A. **A teoria da aprendizagem significativa: sua fundamentação e implementação**. [S.l.]: Editora Almeida, 2009. P. 143. ISBN 9789724040400. Citado 1 vez na página 94.

Valente, J. A. **Integração currículo e tecnologia digitais de informação e comunicação: a passagem do currículo da era do lápis e papel para o currículo da era digital**. [S.l.]: In: CAVALHEIRI, A.; ENGERROFF, S. N.; SILVA, J. C. (Orgs.). As novas tecnologias e os desafios para uma educação humanizadora. Santa Maria: Biblos, 2013, 2013. Citado 2 vezes na página 21.

Vygotsky, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem**. 2. ed. São Paulo: Editora Martins Fontes, 2009. Citado 1 vez na página 104.

\_\_\_\_\_. **A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**. 5. ed. São Paulo: Editora Martins Fontes, 1994. Citado 1 vez na página 83.

Vygotsky, L. S. et al. **Pensamento e linguagem**. [S.l.]: Martins fontes São Paulo, 1998. Disponível em: <<https://www.institutoelo.org.br/site/files/publications/5157a7235ffccfd9ca905e359020c413.pdf>>. Acesso em: 3 fev. 2024. Citado 2 vezes nas páginas 80, 99.

## Leis e Decretos

DECRETO Nº 19.402 DE 14 DE NOVEMBRO DE 1930. Cria uma Secretaria de Estado com a denominação de Ministério dos Negócios da Educação e Saúde Pública. Brasília, DF, 11 nov. 1930. Disponível em: <[https://www.gov.br/mec/pt-br/media/aceso\\_informacacao/pdf/d19402.pdf](https://www.gov.br/mec/pt-br/media/aceso_informacacao/pdf/d19402.pdf)>. Acesso em: 14 jul. 2023. Citado 0 vez na página 86.

DECRETO Nº 6.300, DE 12 DE DEZEMBRO DE 2007. Dispõe sobre o Programa Nacional de Tecnologia Educacional -ProInfo. Brasília, DF, 12 dez. 2007a. Disponível em: <[https://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/\\_ato2007-2010/2007/decreto/d6300.htm#:~:text=DECRETO%20N%C2%BA%206.300%2C%20DE%2012,Nacional%20de%20Tecnologia%20Educativa%20ProInfo.](https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2007-2010/2007/decreto/d6300.htm#:~:text=DECRETO%20N%C2%BA%206.300%2C%20DE%2012,Nacional%20de%20Tecnologia%20Educativa%20ProInfo.)>. Acesso em: 20 fev. 2024. Citado 0 vez na página 16.

DECRETO nº 6.300/2007 de 12 de Dezembro de 2007. Dispõe sobre o Programa Nacional de Tecnologia Educacional -ProInfo. Brasília, DF, 2007b. Disponível em: <[https://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/\\_ato2007-2010/2007/decreto/d6300.htm](https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2007-2010/2007/decreto/d6300.htm)>. Acesso em: 14 dez. 2023. Citado 0 vez na página 25.

LEI nº 13.415, de 16 de fevereiro de 2017. Conversão da Medida Provisória n 746, de 2016. Brasília, DF, 16 fev. 2017. Disponível em: <[https://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/\\_ato2015-2018/2017/lei/l13415.htm](https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2015-2018/2017/lei/l13415.htm)>. Acesso em: 14 nov. 2022. Citado 0 vez nas páginas 17, 107.

## Manual técnico

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO DO ESTADO DO MARANHÃO. **Caderno de Orientações Curriculares para o Ensino Médio da Rede Estadual do Maranhão**. São Luis, jan. 2022a. P. 184. ISBN 978-65-86289-36-7. Disponível em: <<https://www.educacao.ma.gov.br/wp-content/uploads/2023/02/CADERNO-DE-ORIENTACOES-CURRICULARES-PARA-A-REDE-ESTADUAL-.pdf>>. Acesso em: 8 fev. 2024. Citado 3 vezes nas páginas 17, 85, 102.

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO DO ESTADO DO MARANHÃO. **Caderno de Orientações Pedagógicas**. [S.l.], jan. 2022b. P. 118. Disponível em: <<https://www.educacao.ma.gov.br/wp-content/uploads/2022/02/Caderno-de-Orienta%C3%A7%C3%B5es-Pedag%C3%B3gicas-2022-1.pdf>>. Acesso em: 1 nov. 2022. Citado 2 vezes nas páginas 17, 107.

\_\_\_\_\_. **Plano de Implementação da Reformulação Curricular do Ensino Médio**. São Luis, 2021. P. 62. Disponível em: <<https://www.gov.br/mec/pt-br/novo-ensino-medio/pdfs/PLIMA.pdf>>. Acesso em: 13 fev. 2024. Citado 1 vez na página 17.

## TCC

Cardozo, O. C. S.; Amaral, E. M. H. **A utilização do museu virtual no ensino da disciplina de História**. 2011. TCC de Especialização – Universidade Federal de Santa Maria, Rio Grande do Sul. Disponível em: <<http://repositorio.ufsm.br/handle/1/1387>>. Acesso em: 4 out. 2023. Citado 1 vez na página 22.

Coutinho, G. L. **A era dos smartphones: um estudo exploratório sobre o uso dos smartphones no Brasil**. 2014. Monografia – Faculdade de Comunicação, Universidade Federal de Brasília, Distrito Federal. Curso de Publicidade e Propaganda. Disponível em: <<http://bdm.unb.br/handle/10483/9405>>. Acesso em: 7 out. 2023. Citado 1 vez na página 26.

Galikovski, M. A. **Dispositivos móveis em sala de aula conciliando as tecnologias aos conteúdos curriculares**. 2016. TCC de Especialização – Centro de Ciências da Educação, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis. Curso de Educação na Cultura Digital. Citado 1 vez na página 25.

Gomes, J. A. **Utilização de aplicativos educacionais como recurso didático-pedagógico durante os processos de alfabetização e letramento**. 2017. TCC de Especialização – Instituto Federal Sul-rio-grandense, Passo Fundo. Especialização em Linguagens e Tecnologias da Educação. Citado 1 vez na página 26.

Magnoni, R. A. **A Física no Ensino Médio: possibilidade pedagógicas para o ensino de cinemática**. 2014. 38 f. Artigo de Especialização – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Medianeira. Especialização em Educação: Métodos e Técnicas de Ensino. Citado 2 vezes na página 99.

Silva, A. G. d. **Utilização do Software Geogebra como ferramenta de ensino de funções trigonométricas no 2º ano do ensino Médio**. 2022. Monografia – Universidade Federal da Paraíba. Curso de licenciatura em Matemática. Disponível em: <[https://repositorio.ufpb.br/jspui/bitstream/123456789/27680/1/Alexgomesdasilva\\_TCC.pdf](https://repositorio.ufpb.br/jspui/bitstream/123456789/27680/1/Alexgomesdasilva_TCC.pdf)>. Acesso em: 5 nov. 2023. Citado 1 vez na página 29.

Uliano, k. C. M. L. **Tecnologia digital de informação e comunicação (tdic) na educação: aplicativos e o mundo tecnológico no contexto escolar**. 2016. TCC de Especialização – Universidade Federal de Santa Catarina, Santa Catarina. Curso de Educação na Cultura Digital. Citado 1 vez na página 25.

## Teses de Doutorado

Teodoro, V. D. **Modellus: Learning Physics with Mathematical Modelling**. 2002. Tese de Doutorado – Universidade de Nova Lisboa. Tese de Doutorado em Ciência da Educação. Citado 1 vez na página 36.

## Referências Online

ANATEL. **Conectividade nas escolas**. Set. 2023. Disponível em: <<https://informacoes.anatel.gov.br/paineis/infraestrutura/conectividade-nas-escolas>>. Acesso em: 17 out. 2023. Citado 1 vez na página 16.

Castro, F. D. **Escassez de laboratórios de ciências nas escolas brasileiras limita interesse dos alunos pela física**. pt. 2017. Disponível em: <<https://revistaeducacao.com.br/2017/05/08/escassez-de-laboratorios-de-ciencias-nas-escolas-brasileiras-limita-interesse-dos-alunos-pela-fisica>>. Acesso em: 22 nov. 2021. Citado 2 vezes nas páginas 16, 24.

CERN. **About CERN**. 2023a. Disponível em: <<https://home.cern/about>>. Acesso em: 2 set. 2023. Citado 1 vez na página 28.

\_\_\_\_\_. **The Large Hadron Collider**. 2023b. Disponível em: <<https://home.cern/science/accelerators/large-hadron-collider>>. Acesso em: 2 set. 2023. Citado 2 vezes na página 28.

Edify Education. **Educação tradicional: Como Se Diferencia Das Metodologias Ativas?** Out. 2022. Disponível em: <<https://edifyeducation.com.br/blog/ensino-tradicional/>>. Acesso em: 15 dez. 2023. Citado 3 vezes na página 87.

flexM4i. **Glossário: Metodologia**. 2021. Disponível em: <<https://flexmethod4innovation.com/glossario/metodologia/>>. Acesso em: 26 nov. 2023. Citado 1 vez na página 81.

Geogebra. **O que é o GeoGebra?** 2023. Disponível em: <<https://www.geogebra.org/about>>. Acesso em: 3 set. 2023. Citado 1 vez na página 29.

Iberdrola. **Mobile Learning: A Educação na Era Digital**. 2024. Disponível em: <<https://www.iberdrola.com/talentos/o-que-e-m-learning-e-vantagens#:~:text=0%20Mobile%20learning%20ou%20m,adaptando%20o%20mesmo%20a%20metodologia.>>>. Acesso em: 28 mar. 2024. Citado 1 vez na página 27.

IBGE divulga estimativa da população dos municípios para 2020. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. 2020. Disponível em: <<https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/agencia-sala-de-imprensa/2013-agencia-de-noticias/releases/28668-ibge-divulga-estimativa-da-populacao-dos-municipios-para-2020>>. Acesso em: 4 mar. 2024. Citado 1 vez na página 24.

Leroy Merlin. **MDP OU MDF: Entenda a diferença E qual tipo escolher!** Mai. 2022. Disponível em: <<https://www.leroymerlin.com.br/dicas/mdf-ou-mdp-saiba-qual-o-material-mais-adequado>>. Acesso em: 15 nov. 2023. Citado 1 vez na página 117.

PROINFO - Apresentação. Ministério da Educação (MEC). Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/proinfo>>. Acesso em: 20 fev. 2024. Citado 1 vez na página 16.

Origem da Palavra. **ETIMOLOGIA DA PALAVRA “METODOLOGIA”**. 2016. Disponível em: <<https://origemdapalavra.com.br/pergunta/metodologia-origem-significado-e-defenicao/>>. Acesso em: 26 nov. 2023. Citado 1 vez na página 81.

Raposo, R.; Vaz, F. F. **Introdução as Teorias de Aprendizagem**. UFR. 2002. Disponível em: <[http://www.nce.ufrj.br/ginape/publicacoes/trabalhos/t\\_2002/t\\_2002\\_renato\\_aposo\\_e\\_francine\\_vaz/teorias.htm](http://www.nce.ufrj.br/ginape/publicacoes/trabalhos/t_2002/t_2002_renato_aposo_e_francine_vaz/teorias.htm)>. Acesso em: 20 jan. 2024. Citado 1 vez na página 82.

Silva, M. A. d. **O ensino da Física para alunos do Ensino Médio**. 2014. Disponível em: <<https://educador.brasilecola.uol.com.br/estrategias-ensino/o-ensino-fisica-para-alunos-ensino-medio.htm>>. Acesso em: 8 dez. 2023. Citado 1 vez na página 99.

UFRGS. **3 Modells I**. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. 2009. Disponível em: <[http://www.if.ufrgs.br/computador\\_ensino\\_fisica/modellus/modellusI\\_introducao.htm](http://www.if.ufrgs.br/computador_ensino_fisica/modellus/modellusI_introducao.htm)>. Acesso em: 21 jul. 2023. Citado 1 vez na página 32.

# APÊNDICES

# APÊNDICE 1

Slide para Teorização da  
Queda Livre



# SIMULANDO A QUEDA LIVRE

ELETIVA MUNDO SIMULADO



## Pontos-chave



1. Se as duas formas do papel tem o mesmo peso, por que a diferença de velocidade?
2. Existe uma equação para este movimento?
3. Por que a folha demora mais que o pincel para cair?
4. Por que o ar interfere mais na folha que no pincel?
5. A forma do objeto interfere no movimento?

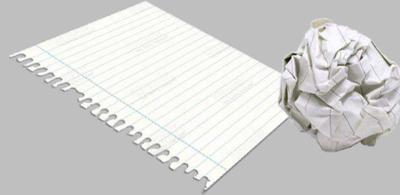
## Pontos-chave

6. Por que o pincel e o papel amassado caem ao mesmo tempo?
7. Qual a influência da gravidade?
8. O que deve ser feito para que os objetos cheguem ao mesmo tempo no chão?
9. Um objeto mais leve pode chegar primeiro ao solo?



1. Se as duas formas do papel tem o mesmo peso, porque a diferença de velocidade?

5. A forma do objeto interfere no movimento?

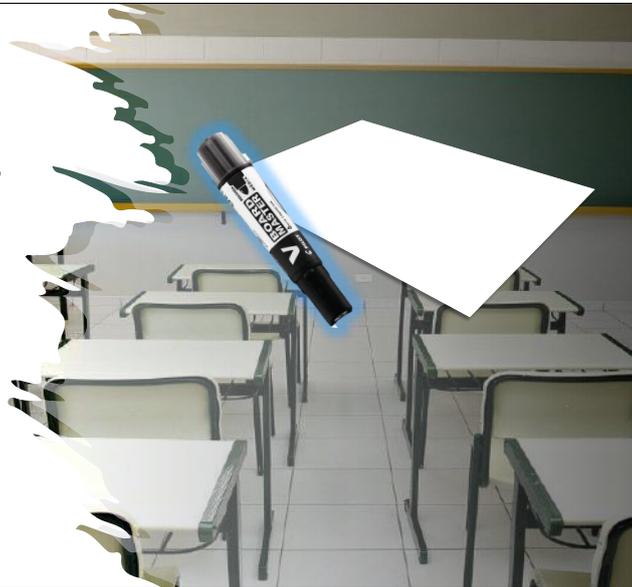


- Como vimos na aula anterior, o grande fator que determinou o tempo de movimento foi o formato do objeto.

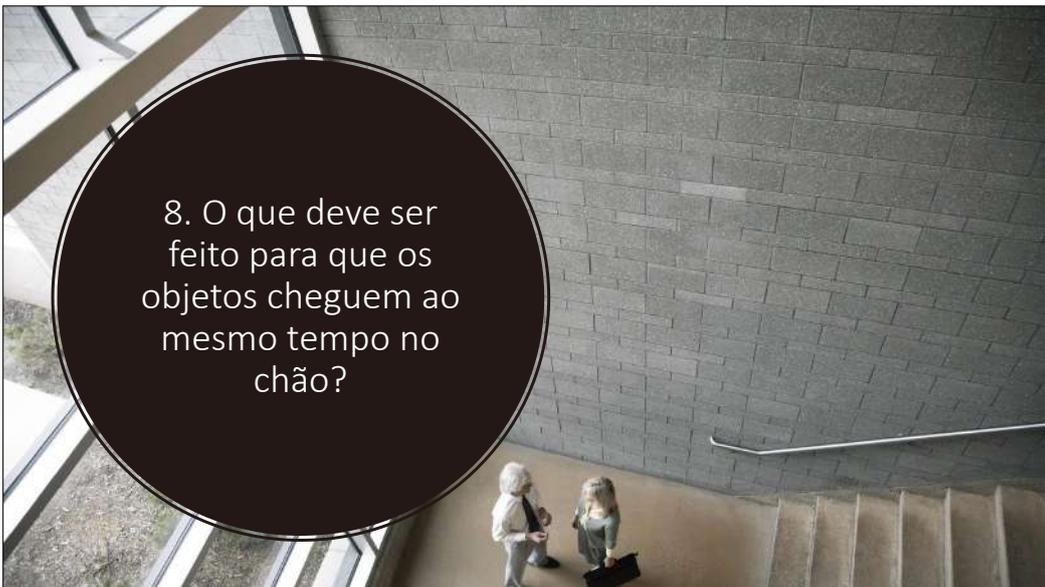
3. Por que a folha (não amassada) demora mais que o pincel para cair?

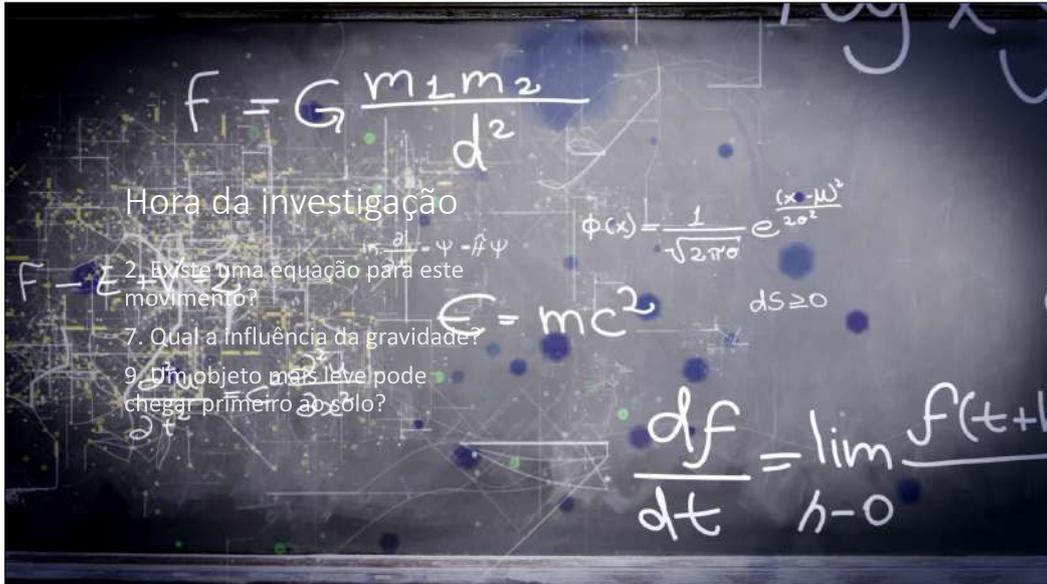
4. Por que o ar interfere mais na folha que no pincel?

6. Por que o pincel e o papel amassado caem ao mesmo tempo?



8. O que deve ser feito para que os objetos cheguem ao mesmo tempo no chão?

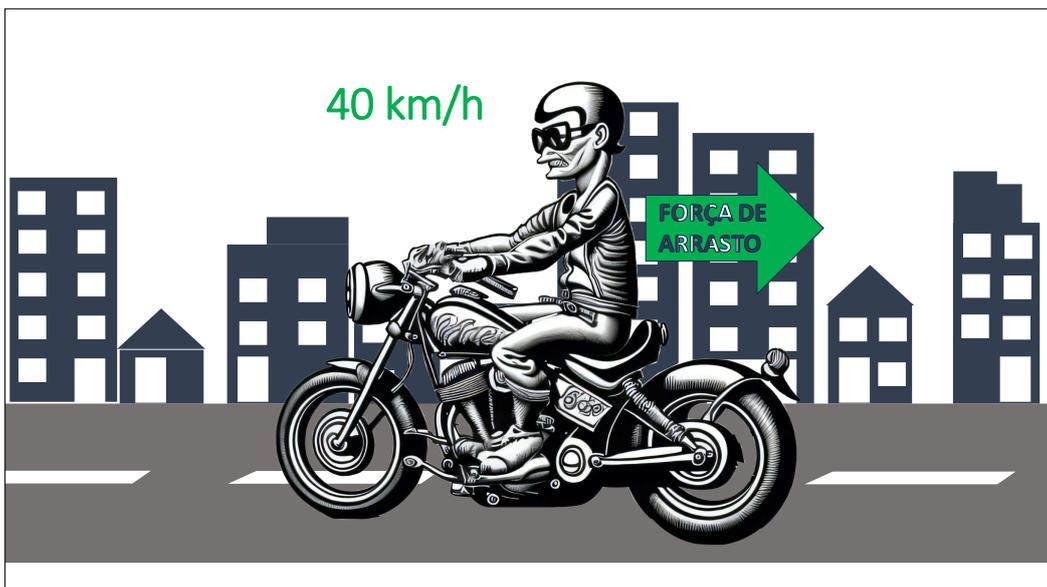


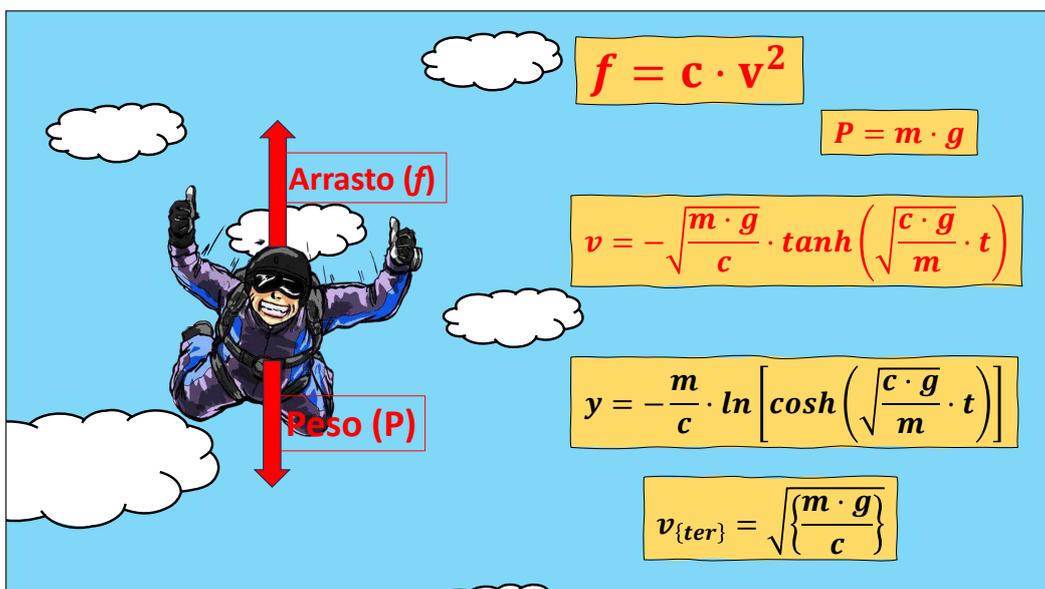
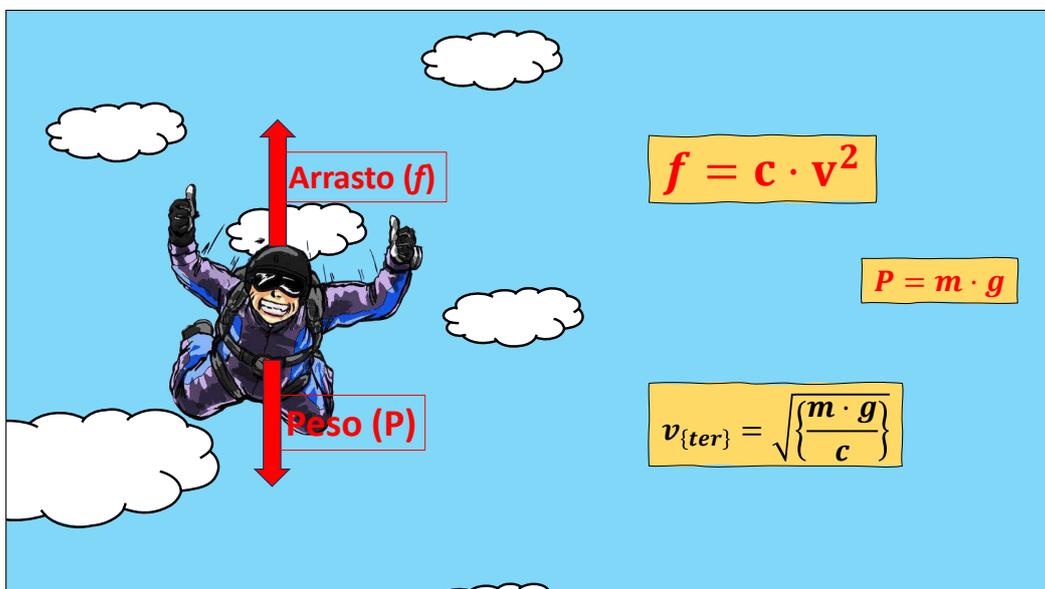


### Hora da investigação

- 2. Existe uma equação para este movimento?
- 7. Qual a influência da gravidade?
- 9. Um objeto mais leve pode chegar primeiro ao solo?

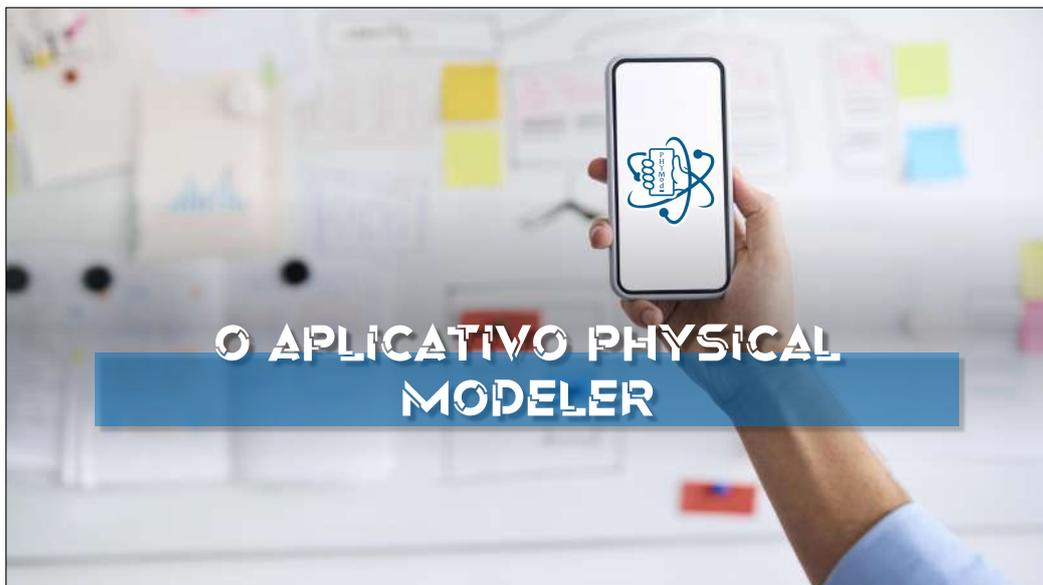
## O ATRITO COM O AR





## APÊNDICE 2

Slide sobre o app Physical  
Modeler



No momento a versão é para o Sistema operacional Androide

**VERSÃO DO APP**



**VERSÃO DO APP**

- O sistema IOS possui alguns empecilhos financeiros.
- Modo desenvolvedor



Google quanto custa para ativar a versao desenv

Videos Shopping Imagens Notícias Livros Maps Voos Finanças

Aproximadamente 616.000 resultados (0,38 segundos)

Concluir a inscrição

**A taxa anual do Apple Developer Program é de US\$ 99 e a taxa anual do Apple Developer Enterprise Program é de US\$ 299, em moeda local, onde disponível. Os preços variam de acordo com a região e são indicados em moeda local durante o processo de inscrição.**

Apple  
<https://developer.apple.com/support/enrollment>

Inscrição - Suporte - Apple Developer

## CONHECENDO O APP

### Tela inicial

- Nesta tela, você encontra três opções de inicialização.
  - *Novo arquivo*
  - *Continuar onde parou*
  - *Ver arquivos salvos*

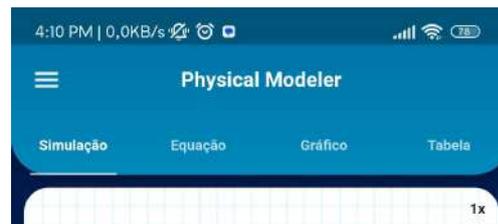


## CONHECENDO O APP

### Novo arquivo

- Ao clicar em **Novo arquivo**, você terá acesso a quatro opções de tela

Simulação Equação Gráfico Tabela



## CONHECENDO O APP

### O ambiente EQUAÇÃO

- Este ambiente será inserido as equações de movimento da partícula.
- A partícula pode receber projeções de seu movimento no eixo **x** e **y**.



## CONHECENDO O APP

### O ambiente EQUAÇÃO

Cada equação deve ser escrita em sua própria linha.

Para inserir uma nova linha de equação, basta clicar no nome **Nova Expressão**



## CONHECENDO O APP

### Simulando minhas equações

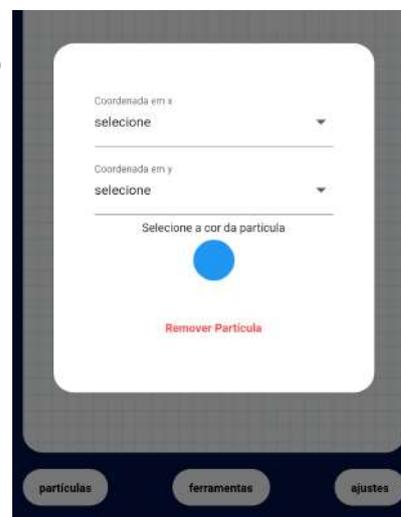
- Com as equações inseridas, devemos voltar a tela de simulações.
- Clicamos no botão **partículas**
- Nesta etapa aparece algumas formas, porém iremos escolher a esfera e clicar em uma área da tela para inseri-la.



## CONHECENDO O APP

### Simulando minhas equações

- Clicando novamente na partícula suspensa na tela, ela abre um janela pop-up.
- Nesta janela devemos escolher para as coordenadas **x** e **y** quais equações que as representam daquelas que foram digitadas anteriormente.



## CONHECENDO O APP

### Simulando minhas equações

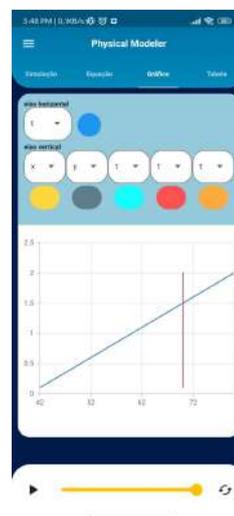
- Ao clicar no botão *player* (▶), a simulação se iniciará caso não haja nem um problema com as equações inseridas.



## CONHECENDO O APP

### Gráfico de minhas equações

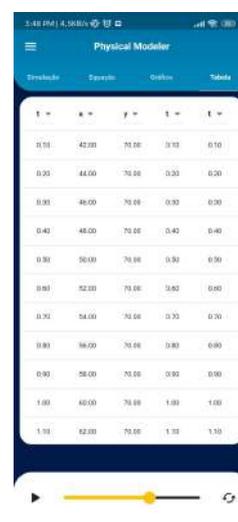
- Podemos verificar o comportamento gráfico de cada equação ao longo do tempo no ambiente **Gráfico**.
- Para isso, deve-se escolher qual componente quer verificar seu comportamento selecionando a variável correspondente



## CONHECENDO O APP

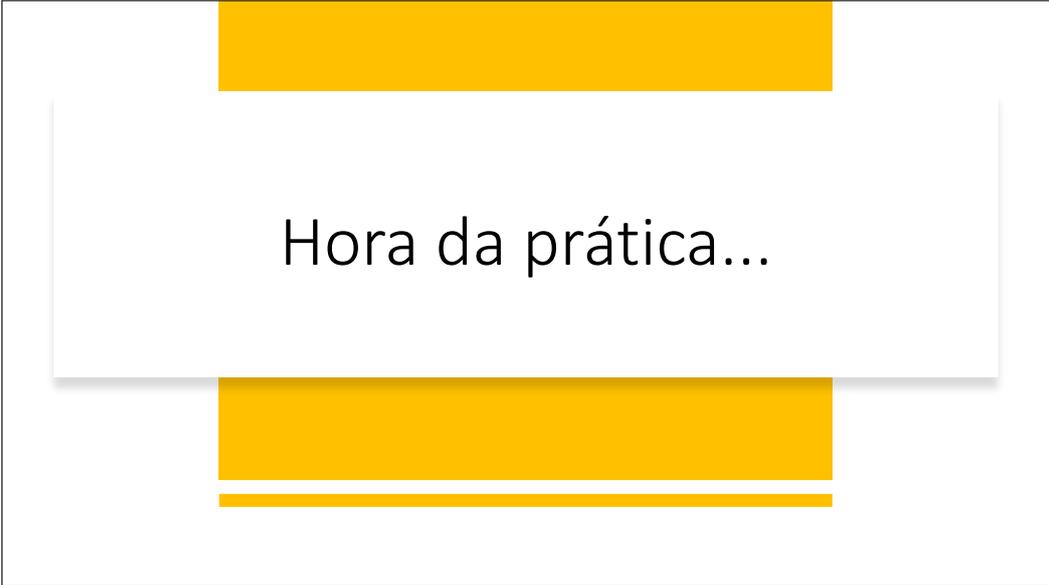
### Tabela de minhas equações

- De modo análogo ao Gráfico, podemos também apreciar os valores de cada variável ao longo do tempo, bastando apenas selecionar aqueles que interessa no ambiente **Tabela**.

A screenshot of the app's table interface. The title is 'Physical Modeler'. Below the title are four tabs: 'Equações', 'Equação', 'Gráfico', and 'Tabela'. The 'Tabela' tab is selected. The table has five columns: 't =', 'x =', 'y =', 't =', and 't ='. The data is as follows:

t =	x =	y =	t =	t =
0.10	42.00	70.00	0.10	0.10
0.20	44.00	70.00	0.20	0.20
0.30	46.00	70.00	0.30	0.30
0.40	48.00	70.00	0.40	0.40
0.50	50.00	70.00	0.50	0.50
0.60	52.00	70.00	0.60	0.60
0.70	54.00	70.00	0.70	0.70
0.80	56.00	70.00	0.80	0.80
0.90	58.00	70.00	0.90	0.90
1.00	60.00	70.00	1.00	1.00
1.10	62.00	70.00	1.10	1.10

A play button and a slider are at the bottom.



Hora da prática...

## APÊNDICE 3

Slide para Teorização do  
Movimento Sobre o Plano  
Inclinado

# O MOVIMENTO SOBRE O PLANO INCLINADO

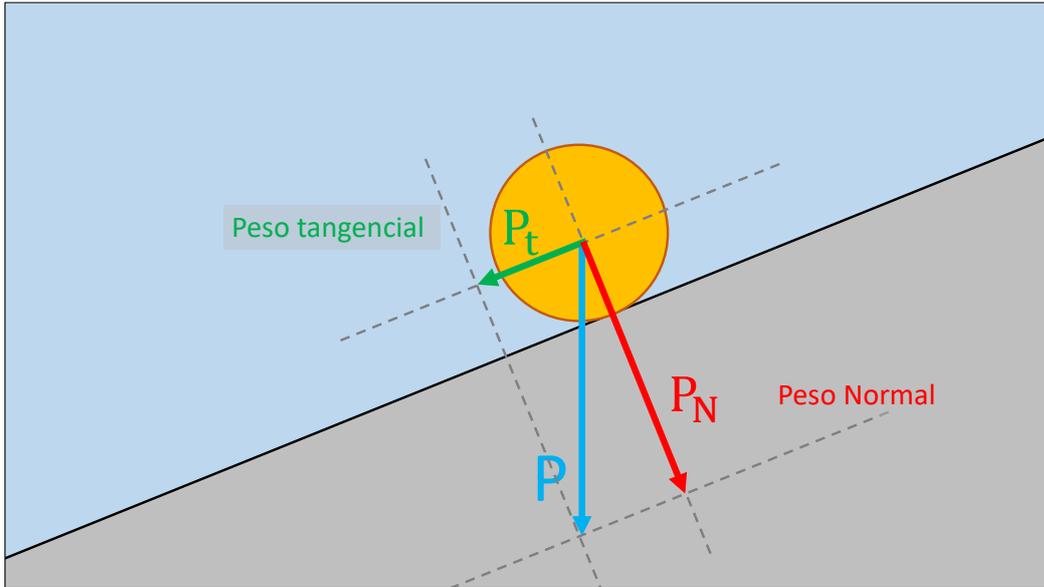
Eletiva Mundo Simulado: Simulando o plano inclinado

## Perguntas

- Por que os corpos escorregam somente quando aumenta o ângulo de inclinação?
- O peso do objeto interfere no deslize ?
- Por que o adaptador escorrega com menor ângulo em relação ao palito?
- Se colocar na rampa dois objetos com peso variado, qual desliza primeiro?

## Perguntas

- Por que o objeto com mais peso desliza primeiro que o mais leve?
- Por que a madeira desceu mais rápido que o adaptador?
- Por que o palito desliza melhor com um adesivo?
- Já que os objetos escorregam no mesmo local, por que a barrinha desliza com mais facilidade do lado liso?



### Plano inclinado sem atrito

Aplicando a decomposição vetorial

$$P_t = P \cdot \text{sen}(\theta)$$

$$P_N = P \cdot \text{cos}(\theta)$$

Pela Terceira lei de Newton

$$F_R = P_t$$

$$m \cdot a = m \cdot g \cdot \text{sen}(\theta)$$

$$a = g \cdot \text{sen}(\theta)$$



### Plano inclinado sem atrito

Velocidade sobre o plano inclinado

$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$v = 0 + g \cdot \text{sen}(\theta) \cdot t$$

$$v = g \cdot \text{sen}(\theta) \cdot t$$

$$a = g \cdot \text{sen}(\theta)$$



## Plano inclinado sem atrito

Velocidade final

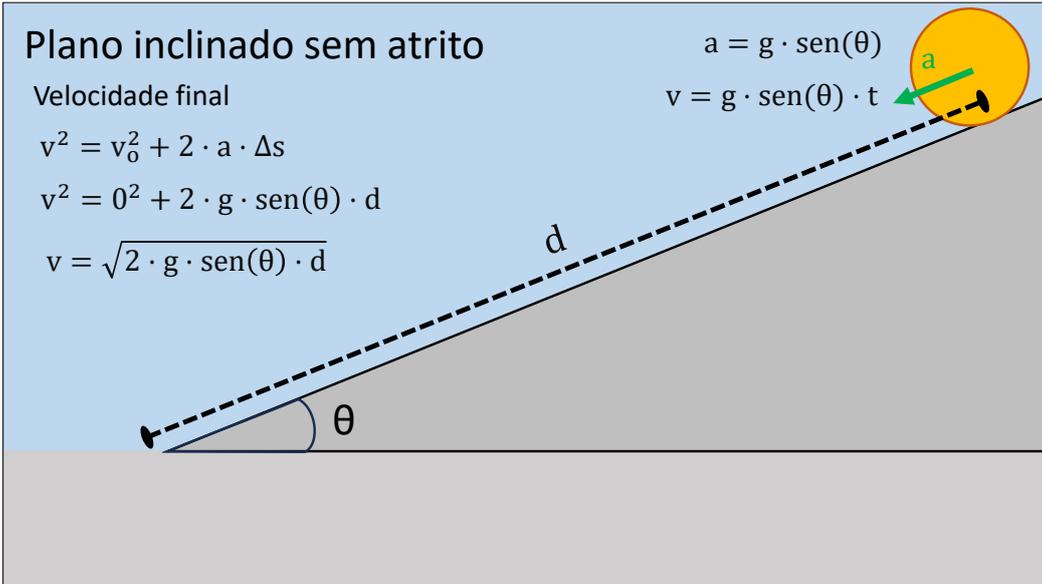
$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s$$

$$v^2 = 0^2 + 2 \cdot g \cdot \text{sen}(\theta) \cdot d$$

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot \text{sen}(\theta) \cdot d}$$

$$a = g \cdot \text{sen}(\theta)$$

$$v = g \cdot \text{sen}(\theta) \cdot t$$



## Equação da posição para o Physical Modeler

$$a = g \cdot \text{sen}(\theta)$$

$$a_x = a \cdot \cos(\theta)$$

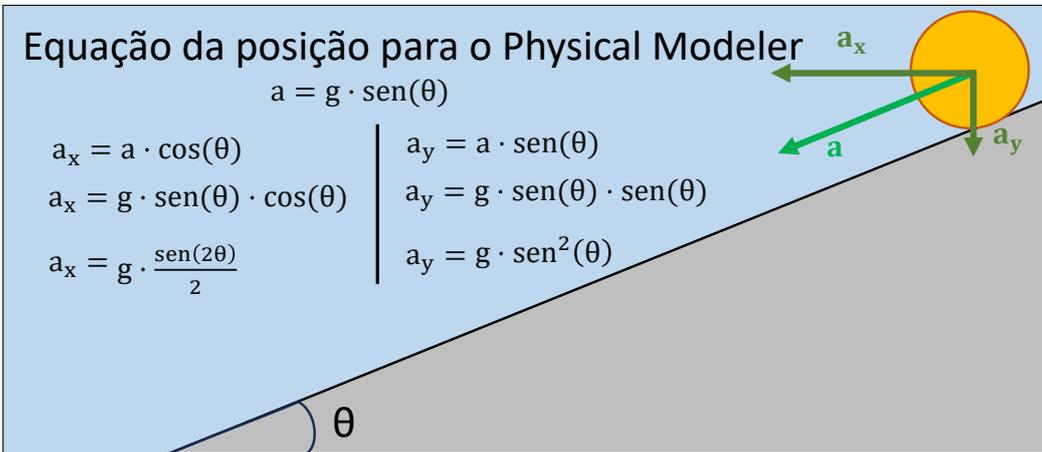
$$a_x = g \cdot \text{sen}(\theta) \cdot \cos(\theta)$$

$$a_x = g \cdot \frac{\text{sen}(2\theta)}{2}$$

$$a_y = a \cdot \text{sen}(\theta)$$

$$a_y = g \cdot \text{sen}(\theta) \cdot \text{sen}(\theta)$$

$$a_y = g \cdot \text{sen}^2(\theta)$$



Arco duplo

$$\text{sen}(2\theta) = 2\text{sen}(\theta)\cos(\theta) \quad \therefore \text{sen}(\theta)\cos(\theta) = \frac{\text{sen}(2\theta)}{2}$$

## Equação da posição para o Physical Modeler

Velocidade em função do tempo

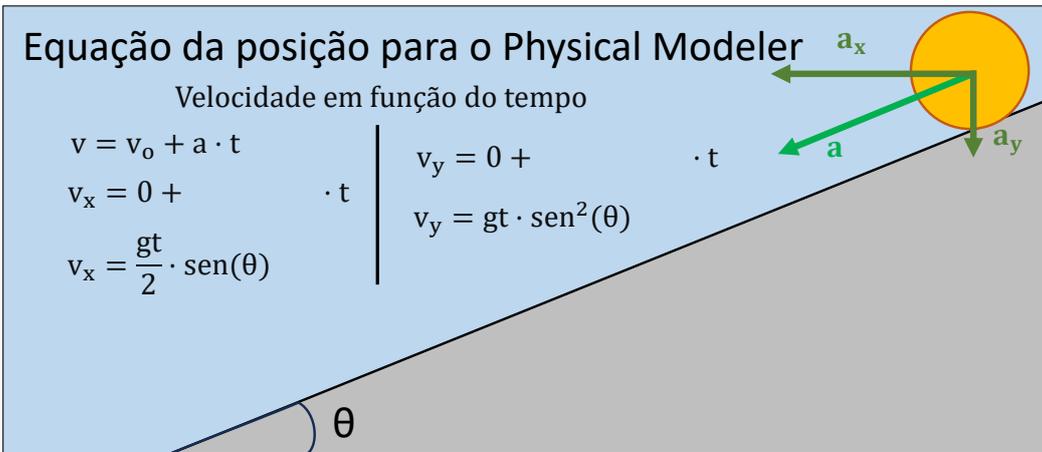
$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$v_x = 0 + \quad \cdot t$$

$$v_x = \frac{gt}{2} \cdot \text{sen}(\theta)$$

$$v_y = 0 + \quad \cdot t$$

$$v_y = gt \cdot \text{sen}^2(\theta)$$



$$a_x = g \cdot \frac{\text{sen}(2\theta)}{2}$$

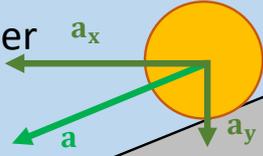
$$a_y = g \cdot \text{sen}^2(\theta)$$

**Equação da posição para o Physical Modeler**

Posição em função do tempo

$$x = x_0 + v_{x_0} \cdot t + \frac{a_x}{2} \cdot t^2$$

$$x = x_0 + 0 \cdot t + \frac{g \cdot t^2}{2} \cdot \frac{\text{sen}(2\theta)}{2}$$

$$x = x_0 + \frac{g \cdot t^2}{2} \cdot \frac{\text{sen}(2\theta)}{2}$$


$$v_x = \frac{gt}{2} \cdot \text{sen}(\theta) \quad a_x = g \cdot \frac{\text{sen}(2\theta)}{2}$$

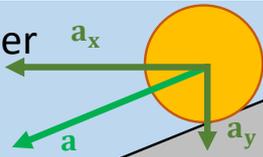
$$v_y = gt \cdot \text{sen}^2(\theta) \quad a_y = g \cdot \text{sen}^2(\theta)$$

**Equação da posição para o Physical Modeler**

Posição em função do tempo

$$y = y_0 + v_{y_0} \cdot t + \frac{a_y}{2} \cdot t^2$$

$$y = y_0 + 0 \cdot t + \frac{g \cdot t^2}{2} \cdot \text{sen}^2(\theta)$$

$$y = y_0 + \frac{g \cdot t^2}{2} \cdot \text{sen}^2(\theta)$$


$$x = x_0 + \frac{g \cdot t^2}{2} \cdot \frac{\text{sen}(2\theta)}{2}$$

$$v_x = \frac{gt}{2} \cdot \text{sen}(\theta) \quad a_x = g \cdot \frac{\text{sen}(2\theta)}{2}$$

$$v_y = gt \cdot \text{sen}^2(\theta) \quad a_y = g \cdot \text{sen}^2(\theta)$$